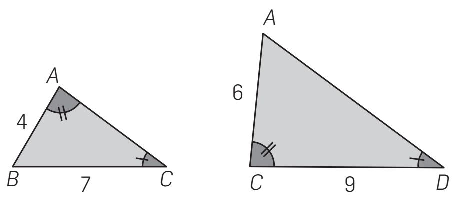
37.3. Sabe-se que, num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude. Assim, como $\overline{ED} = \overline{FE}$, tem-se que
$E\hat{F}D = F\hat{D}E = \dfrac{180^{\circ} - 90^{\circ}}{2} = 45^{\circ}$.
Sendo assim, os triângulos [ABC] e [DEF] são semelhantes pois têm dois ângulos geometricamente iguais ($D\hat{E}F = C\hat{B}A = 90^{\circ}$ e $A\hat{C}B = F\hat{D}E = 45^{\circ}$).

37.4. A razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança. Sendo assim,
$\dfrac{A_{\text{triângulo } [DEF]}}{A_{\text{triângulo } [ABC]}} = \left(\dfrac{5}{4}\right)^2$
Ou seja, $\dfrac{A_{\text{triângulo } [DEF]}}{8} = \dfrac{25}{16}$
$\Leftrightarrow A_{\text{triângulo } [DEF]} = \dfrac{8 \times 25}{16}$
$\Leftrightarrow A_{\text{triângulo } [DEF]} = 12{,}5$
Então, o triângulo [DEF] tem 12,5 cm^2 de área.

Ex. 38

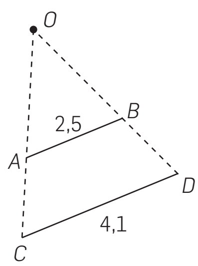


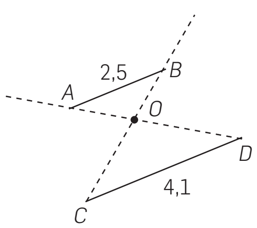
38.1. $A\hat{C}B = C\hat{D}A$ e $B\hat{A}C = D\hat{C}A$ (ângulos agudos de lados paralelos). Pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos [ABC] e [CDA] são semelhantes.

38.2. Como os triângulos são semelhantes têm os lados proporcionais. Assim,
$\dfrac{7}{\overline{AD}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{6}{9}$
$\overline{AD} = \dfrac{7 \times 6}{4} = 10{,}5$
Logo, $\overline{AD} = 10{,}5$ cm.

Testar – págs. 102 e 103

Ex. 1





Ex. 2

2.1. Duas figuras dizem-se semelhantes quando têm a mesma **forma**.

2.2. Se B é uma ampliação de A em que se triplicaram todos os comprimentos, então a razão de semelhança de A para B é **3**.

2.3. Quando a razão de semelhança entre duas figuras é **igual a 1**, as figuras dizem-se geometricamente iguais.

Ex. 3

3.1. $\dfrac{3{,}6}{1{,}8} = 2$

$\dfrac{4}{2} = 2$

$\dfrac{2{,}4}{1{,}2} = 2$

$\dfrac{3}{1{,}5} = 2$

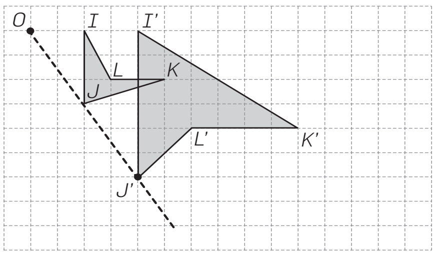
Logo, $r = 2$.

3.2. Os triângulos [ACD] e [$A'C'D'$] são semelhantes, pois têm os lados correspondentes proporcionais e os ângulos por eles formados geometricamente iguais (critério LAL).
Assim, os ângulos DAC e $D'A'C'$ e os ângulos CDA e $C'D'A'$ são geometricamente iguais e os lados [AD] e [$A'D'$], diagonais dos polígonos, estão na mesma proporção que os restantes pares de lados.

3.3. Do mesmo modo se demonstra que os triângulos [ABD] e [$A'B'D'$] são semelhantes. Assim, os ângulos ABD e $A'B'D'$ e os ângulos BDA e $B'D'A'$ são geometricamente iguais e os lados [BD] e [$B'D'$], diagonais dos polígonos, estão na mesma proporção que os restantes pares de lados.

3.4. Como é possível estabelecer uma correspondência entre os vértices dos dois polígonos, lados correspondem a lados e diagonais a diagonais, de modo que os comprimentos dos segmentos de reta correspondentes (lados e diagonais) são proporcionais, podemos concluir que os polígonos são semelhantes.

Ex. 4



Ex. 5

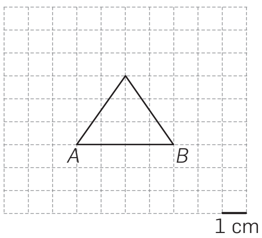
5.1. **[A]**

5.2. $A = 6$ cm^2

$A_\Delta = \dfrac{b \times h}{2}$. Logo, $\dfrac{b \times h}{2} = 6$

$h = \dfrac{6 \times 2}{4}$

$\Leftrightarrow h = 3$ cm



5.3. Como a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, tem-se:

$\dfrac{6}{A_{[XYZ]}} = 3^2$

$\Leftrightarrow A_{[XYZ]} = \dfrac{6}{9}$

$\Leftrightarrow A_{[XYZ]} = \dfrac{2}{3}$

Assim, conclui-se que o triângulo $[XYZ]$ tem $\dfrac{2}{3}$ cm^2 de área.

Ex. 6

6.1. Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais, $A\hat{C}E = B\hat{C}E$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $C\hat{E}A = C\hat{D}B$ (ângulos de lados paralelos).

6.2. Como os triângulos são semelhantes, têm os lados correspondentes proporcionais. Assim,

$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{CD}}$

$\dfrac{\overline{AC}}{10} = \dfrac{10}{4}$

$\Leftrightarrow \overline{AC} = \dfrac{10 \times 10}{4}$

$\Leftrightarrow \overline{AC} = 25$

Como $\overline{BC} = 10$ m, então $\overline{AB} = 15$ m $(25 - 10 = 15)$.

Provas globais

Prova global 1 – págs. 106 e 107

Ex. 1

1.1. Fila 1 → 2 bilhetes
+3
Fila 2 → 5 bilhetes
+3
Fila 3 → 8 bilhetes
+3
Fila 4 → 11 bilhetes
+3
Fila 5 → 14 bilhetes
+3
Fila 6 → 17 bilhetes

Se a regularidade se tivesse mantido, teriam sido vendidos 17 bilhetes para a sexta fila.

1.2. Supondo que a regularidade se mantém, o número de bilhetes vendidos por fila é dado pela sequência: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, ...

Como cada fila tem 23 lugares e a última ficou completa, o número de filas vai ser dado pela ordem cujo termo é 23, ou seja, 8. Logo, o cinema tem 8 filas.

Ex. 2

2.1. $t = 1$

$c = 21 + 2 \times 1 = 21 + 2 = 23$

Uma hora após a avaria a temperatura na sala de cinema era de 23 ºC.

2.2. A temperatura na sala aumentou 2 ºC por hora pois 2 é a diferença entre as temperaturas registadas em duas horas consecutivas.

2.3. $21 + 2t = 24$

$\Leftrightarrow 2t = 24 - 21$

$\Leftrightarrow 2t = 3$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{3}{2}$

A avaria tinha ocorrido há 90 minutos

$\left(\dfrac{3}{2} \text{ h} = 1{,}5 \text{ h} = 1{,}5 \times 69 \text{ min} = 90 \text{ min}\right)$.

Ex. 3