Ex. 32

Sabe-se que $E\hat{C}I = G\hat{D}J$ ($E\hat{C}I = E\hat{D}J = 45^o$). Da figura, resulta que $I\hat{E}C = 90^o - C\hat{E}J$ e $J\hat{E}D = 90^o - C\hat{E}J$. Como duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si, tem-se $I\hat{E}C = J\hat{E}D$.

Sabe-se ainda que $\overline{EC} = \overline{ED}$ (as diagonais de um quadrado são iguais e bissetam-se). Assim, pelo critério ALA, os triângulos [*IEC*] e [*EJD*] são geometricamente iguais e, sendo assim, têm a mesma área, pelo que:

Área do polígono [*IEJC*] =

= Área do polígono [*IEC*] + Área do polígono [*EJC*] =

= Área do polígono [*JED*] + Área do polígono [*EJC*] =

= Área do polígono [*CED*] =

$= \dfrac{\text{Área do polígono } [ABCD]}{4}$

Testar – págs. 58 e 59

Ex. 1

1.1. 3; 8; 9 e 12.

1.2. 1; 2; 6; 10 e 11.

1.3. 1; 2 e 11.

1.4. 1 e 2.

1.5. 6.

Ex. 2

2.1. Como $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{CB} = \overline{DE}$ e $B\hat{C}A = E\hat{D}B$, pelo critério LAL os triângulos [*ABC*] e [*BED*] são geometricamente iguais pois têm dois lados correspondentes com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais.

2.2. Como os triângulos são geometricamente iguais $D\hat{B}E = C\hat{A}B = 108^o$ e $A\hat{B}C = B\hat{E}D = 27^o$. Assim, $\hat{\varepsilon} = 180^o - 27^o - 108^o = 45^o$.

Ex. 3

Como $\overline{FD} = \overline{DC}$, $F\hat{C}D = 28^o$ pois, num triângulo, a ângulos de igual amplitude opõem-se lados de igual comprimento e vice-versa.

Assim, $\hat{\alpha} = 180^o - 28^o - 28^o = 124^o$ e, consequentemente, $C\hat{D}A = 180^o - 124^o = 56^o$. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360º, tem-se

$\hat{\beta} = 360^o - 110^o - 51^o - 56^o = 143^o$.

Ex. 4

4.1. Os triângulos [*ACD*] e [*BCD*] são geometricamente iguais porque têm três lados com o mesmo comprimento (critério LLL de igualdade de triângulos):
- o lado [*DC*] é comum aos dois triângulos;
- as diagonais [*AC*] e [*BD*] têm o mesmo comprimento;
- $\overline{AD} = \overline{BC}$ porque são lados opostos de um paralelogramo.

4.2. Os ângulos *ADC* e *BCD* são geometricamente iguais porque, em triângulos iguais, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

4.3. Como dois ângulos consecutivos de um paralelogramos são suplementares, então $A\hat{D}C + B\hat{C}D = 180^o$. Mas, pela alínea anterior, $\angle ADC$ e $\angle BCD$ são geometricamente iguais. Logo, $A\hat{D}C = B\hat{C}D = 90^o$.

Como os ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais, então $A\hat{B}C = A\hat{D}C = 90^o$ e $D\hat{A}B = B\hat{C}D = 90^o$.

Podemos concluir que o paralelogramo é um retângulo, pois tem os quatro ângulos retos.

Ex. 5

[D] Num paralelogramo as diagonais são sempre geometricamente iguais.

Ex. 6

Um paralelogramo com as diagonais iguais é um retângulo, ou seja, os seus ângulos internos são retos. Como as diagonais são perpendiculares, podemos concluir que é um losango, isto é, tem os lados todos iguais. Então, é um paralelogramo com os lados iguais e os ângulos retos, ou seja, é um quadrado.

Por outro lado, como o quadrado é um losango, tem as diagonais perpendiculares. Como também é um retângulo, as diagonais são iguais.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 7

Sim. Como $\overline{AC} = \overline{CE}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$ e $D\hat{C}E = B\hat{C}A$, conclui-se, pelo critério LAL, que os triângulos [*ABC*] e [*CDE*] são geometricamente iguais pois têm dois lados correspondentes com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais. Como os triângulos são geometricamente iguais os lados correspondentes têm o mesmo comprimento, pelo que $\overline{AB} = \overline{DE}$.