Nome do aluno | Nº | Data / / 20

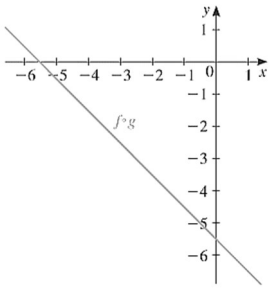
AVALIAR CONHECIMENTOS - SOLUÇÕES

ESCOLHA MÚLTIPLA

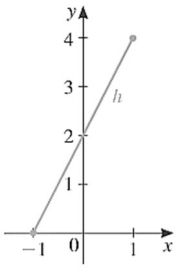
1. D, pois $g(x) \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$
2. C
3. B
4. D
5.
   5.1. A
   5.2. B
6. B. A secção produzida no cilindro pelo plano $y = b$ é um retângulo. O perímetro desse retângulo é máximo para $b = 1$ (comprimento 3 e largura 2)
7. D
8. A $(a > 0)$

RESPOSTA ABERTA

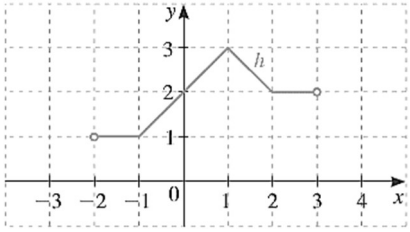
9.
   9.1. Zeros da função $f: x = \frac{1}{4}$; zeros da função $g: x = -6$
   9.2. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$
   9.3. Como f e g são funções afins, a função f é estritamente decrescente, pois o declive da reta é negativo; a função g é estritamente crescente, dado que o declive da reta é positivo.
   9.4. $(f \circ g)(x) = -x - \frac{11}{2}$
   $f \circ g$ é estritamente decrescente, porque se trata de uma função afim cuja reta associada tem declive negativo.



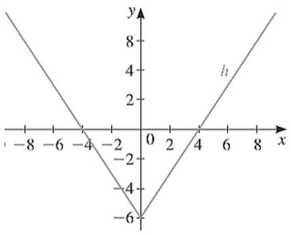
10.
   10.1. -1
   10.2. Sabemos que a função g é afim, e o seu gráfico é uma reta de declive $-1 < 0$, logo, é estritamente decrescente.
   10.3. $g(x) = -x + 5$
11.
   11.1. Por exemplo, $[-1, 1]$
   11.2. Por exemplo, $[1, 2]$
   11.3. Por exemplo, $[2, 3]$
12. Como $h(x) = mx + b$, logo $h^{-1}(x) = \frac{1}{m}x - \frac{b}{m}$, com $\frac{1}{m} < 0$. Portanto, h^{-1} é uma função afim estritamente decrescente.
13.
   13.1.



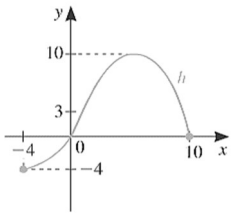
   13.2.



13.3.



13.4.



14.

14.1. Sejam a e b reais quaisquer, tais que $a < b$. Temos $d(a) > d(b)$, visto d ser estritamente decrescente, logo, $-d(a) < -d(b)$ e, como tal, $a - d(a) < 1 - d(b)$. Conclui-se, assim, que $f(a) < f(b)$, pelo que f é crescente.

14.2. Sejam a e b reais quaisquer, tais que $a < b$. Temos $d(a) > d(b)$, visto d ser estritamente decrescente e, portanto, $c\big(d(a)\big) > c(d(b))$, uma vez que c é crescente. Conclui-se assim que g é decrescente por definição.

15.

15.1.

15.1.1. $D'_f = [-4, 2]$

15.1.2. Zeros de f: $0, 3$

15.1.3. Por exemplo: $[3, 4]$

15.1.4. $]-\infty, 0] \cup [3, 5]$

15.2.

x	$-\infty$	-2		2		5
$f(x)$	$\rightarrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4

Extremos de f: mínimo absoluto: -4; mínimo relativo: -2; máximo absoluto: 2 ($-4, -2, 2$ pertencem a D'_f)

15.3. Proposição verdadeira, a função f é limitada, porque é simultaneamente majorada e minorada (admite máximo absoluto e mínimo absoluto)

$\forall x \in]-\infty, 5], -4 \leq f(x) \leq 2$

15.4.

15.4.1. $D'_g = [-4, 2]$

Extremos de g: mínimo absoluto: -4 em $x = 6$; máximo absoluto: 2 em $x = 3$; mínimo relativo: -2 para $x \in]-\infty, -1]$.

15.4.2. $D'_h = [-4, 8]$

Extremos de h: mínimo absoluto: -4; máximo absoluto: 8; máximo relativo: 4.

16.

16.1. Como f é ímpar, tem-se que $f(4) = -f(-4) = -3$ e, como tal, o declive da reta AB é dado por $\frac{-3-3}{4-(-4)} = -\frac{3}{4}$.

16.2. Sejam a e b números reais não negativos, tais que $a < b$. Tem-se que $0 \geq -a > -b$, logo, sendo f decrescente em $]-\infty, 0]$, conclui-se que $f(-a) < f(-b) \Leftrightarrow -f(a) < -f(b) \Leftrightarrow f(a) > f(b)$. Portanto, f é decrescente em $[0, +\infty[$.

17.

17.1. $p(-1) = -0{,}5; p(0) = 0$ *e* $p(1) = -0{,}5$. Como $p(-1) > p(0)$ e $p(0) < p(1)$, conclui-se que p não é monótona.

17.2. Dados $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_0^+$, com $x_1 < x_2$, temos ${x_1}^2 \leq {x_2}^2$, donde $-\frac{1}{2}{x_1}^2 > -\frac{1}{2}{x_2}^2$. Logo, p é estritamente decrescente em $[0, +\infty[$.

17.3. $p(A) = [p(4), p(1)] = \left[-8, -\frac{1}{2}\right]$

18. Sendo $A(x, ax^2), B(y, ay^2)$, sabemos que $0 < \frac{ay^2 - ax^2}{y - x} = a(y + x)$ e $y + x < 0$, donde $a < 0$. Logo, a concavidade está voltada para baixo.