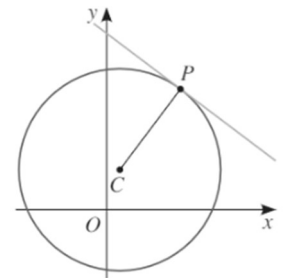


Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

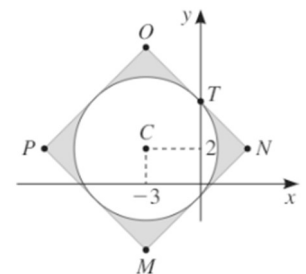
**Produto escalar: resolução de problemas**

1. Considere a circunferência definida pela equação  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$  num determinado referencial o.n.  $xOy$ .
  - 1.1. Prove que o ponto  $P(5, -1)$  pertence à circunferência.
  - 1.2. Determine a equação reduzida da reta tangente à circunferência no ponto  $P$ .



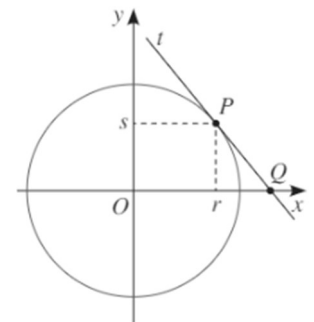
2. De dois vetores do plano  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , sabe-se que:
  - $\|\vec{u}\| = 3$
  - $\|\vec{v}\| = 2$
  - O ângulo dos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  é obtuso
 Determine  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
  - $\sin(\widehat{\vec{u}\vec{v}}) = \frac{1}{4}$

3. No referencial o.n. da figura está representada uma circunferência de centro em  $C(-3, 2)$  e raio 4, inscrita no quadrado  $[MNOP]$ . A reta  $NO$  é tangente à circunferência em  $T$ , ponto do eixo  $Oy$ . Determine:
  - 3.1. As coordenadas de  $T$ .
  - 3.2. A equação reduzida da reta  $NO$ .
  - 3.3. O declive da reta  $MN$ .

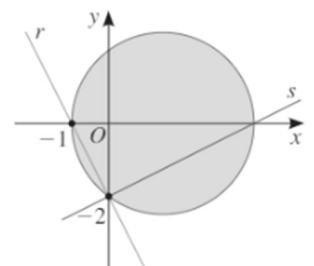


4. Considere os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , tais que  $\|\vec{u}\| = 3$ ,  $\|\vec{v}\| = 7$  e  $(\widehat{\vec{u}\vec{v}}) = 120^\circ$ . Calcule os seguintes produtos escalares.
  - 4.1.  $\vec{u} \cdot (5\vec{v})$
  - 4.2.  $2\vec{u} \cdot (-3\vec{v})$
  - 4.3.  $(\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot \vec{u}$

5. Considere um ponto  $P$ , do 1º quadrante (eixos não incluídos), pertencente à circunferência de centro na origem e raio 1. Sejam  $(r, s)$  as coordenadas do ponto  $P$ ,  $t$  a reta tangente à circunferência no ponto  $P$  e  $Q$  o ponto de interseção da reta  $t$  com o eixo  $Ox$ .
  - 5.1. Justifique que  $r^2 + s^2 = 1$ .
  - 5.2. Prove que a equação reduzida da reta  $t$  é:
 
$$y = -\frac{r}{s}x + \frac{1}{s}$$
  - 5.3. Determine a abcissa do ponto  $Q$  em função de  $r$  e  $s$ .



6. Na figura estão representados, em referencial o.n.  $xOy$ , um círculo e as retas  $r$  e  $s$ . Sabe-se que:
  - $r \perp s$
  - O ponto de coordenadas  $(0, -2)$  é comum às duas retas e à circunferência;
  - $r$  intersesta a circunferência e o eixo  $Ox$  no ponto de coordenadas  $(-1, 0)$ ;
  - $s$  e a circunferência intersestam o eixo  $Ox$  no mesmo ponto.
 Determine uma condição que defina o círculo.



## Soluções

1.

1.1. ---

1.2.  $y = \frac{4}{3}x - \frac{23}{3}$

2.  $-\frac{3\sqrt{15}}{2}$

3.

3.1.  $(0; 2 + \sqrt{7})$

3.2.  $y = -\frac{3\sqrt{7}}{7}x + 2 + \sqrt{7}$

3.3.  $\frac{\sqrt{7}}{3}$

4.

4.1.  $-\frac{105\sqrt{3}}{2}$

4.2.  $63\sqrt{3}$

4.3.  $27\sqrt{3}$

5.

5.1. O ponto  $P$  pertence à circunferência de centro  $(0, 0)$  e raio 1.

5.2. ---

5.3.  $\frac{1}{r}$

6.  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 \leq \frac{25}{4}$