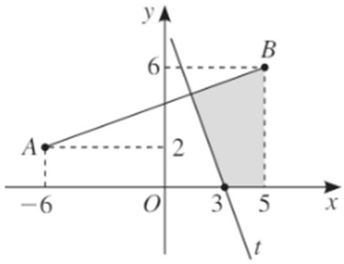
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

**<u>Produto escalar: definição e aplicações</u>**

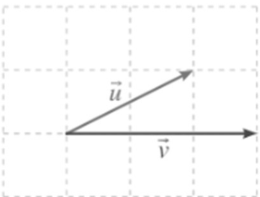
1. Num referencial o.n. $xOy$, a reta $r$ tem equação $y = -3x + 1$.
Determine a equação reduzida da reta $s$, perpendicular a $r$ e que passa no ponto de coordenadas $(-4, -1)$.

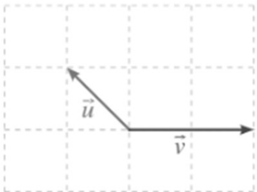
2. No referencial o.n. da figura, a reta $t$ é perpendicular a $[AB]$, em que $A$ e $B$ têm coordenadas $(-6, 2)$ e $(5, 6)$, respetivamente.
A reta $t$ interseta o eixo das abcissas no ponto de abcissa 3.

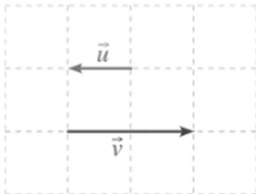



   2.1. Determine a equação reduzida da reta $t$.
   2.2. Seja $\alpha$ a inclinação da reta $AB$. Determine $\cos \alpha$.
   2.3. Escreva uma condição que defina a região colorida da figura.
   2.4. Determine as coordenadas do ponto de interseção das retas $t$ e $AB$.

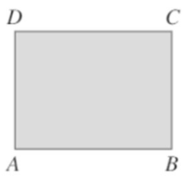
3. Considerando como unidade de comprimento o lado da quadrícula, determine $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

   3.1.


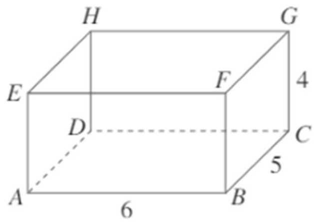

   3.2.



   3.3.



4. Considere o retângulo representado na figura ao lado.
Prove que: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = \|\overrightarrow{AB}\|^2$.



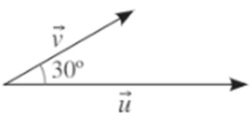

5. Na figura está representado um paralelepípedo retângulo, em que na unidade de comprimento fixada $\overline{AB} = 6$,
$\overline{BC} = 5$ e $\overline{CG} = 4$. Determine:



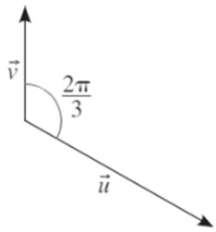

   5.1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF}$
   5.2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$
   5.3. $\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FG}$
   5.4. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{GF}$

6. Determine o produto escalar de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ em cada caso:

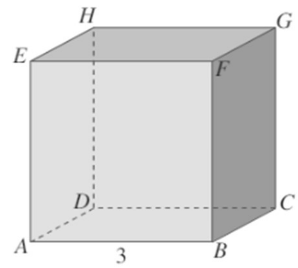
   6.1. $\|\vec{u}\| = 3$ e $\|\vec{v}\| = 2$




   6.2. $\|\vec{u}\| = 3{,}2$ e $\|\vec{v}\| = 1{,}5$

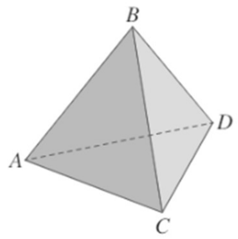


7. Considere o cubo $[ABCDEFGH]$ de aresta 3, representado na figura.
Indique, utilizando as letras da figura, dois vetores cujo produto escalar seja igual a:



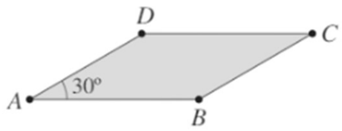

7.1. $9$
7.2. $18$
7.3. $0$
7.4. $-18$

8. Na figura está representado um tetraedro regular $[ABCD]$, em que $\overline{AB} = 5$.
Determine:




8.1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$
8.2. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CA}$
8.3. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

9. Na figura está representado um paralelogramo, em que $\overline{AD} = 3$ e $\overline{AB} = 5$.
Determine:




9.1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$
9.2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$
9.3. $\overrightarrow{DC} \cdot \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}\right)$
9.4. $\overrightarrow{CB} \cdot \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}\right)$

10. Considere o triângulo $[ABC]$ cujos lados $[AB]$ e $[BC]$ medem 2 $cm$ e 3 $cm$, respetivamente.
Sabendo que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, determine:

10.1. $\overline{AC}$, justificando os procedimentos efetuados.
10.2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
10.3. $A\hat{C}B$, arredondada ás décimas de grau.

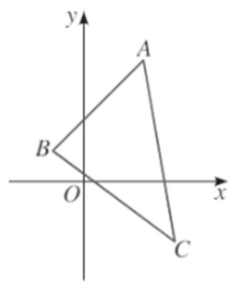
11. Sejam $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dois vetores tais que:

$$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2 \qquad e \qquad \left(\vec{u} \,\widehat{\ }\, \vec{v}\right) = 120º$$

Determine:

11.1. $\vec{u} \cdot \vec{v}$
11.2. $\vec{u} \cdot \vec{u}$
11.3. $\vec{v} \cdot (-3\vec{v})$

12. No referencial ortonormado da figura está representado o triângulo $[ABC]$, em que $A(2, 4)$, $B(-1, 1)$ e $C(3, -2)$.




12.1. Utilize o teorema de Carnot para mostrar que $\cos\left(A\hat{B}C\right) = \frac{\sqrt{2}}{10}$.
12.2. Calcule $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ e averigue se o triângulo $[ABC]$ é retângulo em $B$.

13. Determine, em cada alínea, o produto escalar dos vetores cujas ordenadas, num referencial o.n. do plano, são:

13.1. $\vec{u}(2, -3)$ e $\vec{v}(1, -2)$
13.2. $\vec{u}(3, -1)$ e $\vec{v}(1, 3)$
13.3. $\vec{u}(1, 1)$ e $\vec{v}(2, 2)$

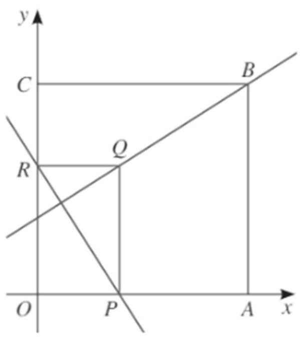
**14.** Num referencial o.n. do plano, considre os vetores $\vec{u}(7,-2)$ e $\vec{v}(m,6)$, em que $m$ é um número real.
Determine o valor de $m$, de modo que:

**14.1.** $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam perpendiculares.
**14.2.** $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares.
**14.3.** $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$

**15.** Num referencial o.n. do plano, considere os vetores $\vec{u}(8,-6)$ e $\vec{v}(m,3)$, em que $m$ é um número real.
Determine o valor de $m$, de modo que $(\vec{u} \,\widehat{}\, \vec{v}) = 60º$.

**16.** No referencial o.n. $xOy$ da figura estão representados o quadrado $[OABC]$ e o retângulo $[OPQR]$.
Os pontos $A$ e $P$ pertencem ao semieixo positivo $Ox$ e os pontos $C$ e $R$ pertencem ao semieixo $Oy$.
O ponto $Q$ pertence ao interior do quadrado $[OABC]$.
Sabe-se que:

- $\overline{OA} = a$
- $\overline{OP} = b$
- $\overline{RC} = b$




Prove que as retas $QB$ e $RP$ são perpendiculares.

## Soluções

1. $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$
2.
   - **2.1.** $y = -\frac{11}{4}x + \frac{33}{4}$
   - **2.2.** $\frac{11\sqrt{137}}{137}$
   - **2.3.** $y \leq \frac{4}{11}x + \frac{46}{11} \ \wedge \ y \geq -\frac{11}{4}x + \frac{33}{4} \ \wedge$ $y \geq 0 \ \wedge \ x < 5$
   - **2.4.** $\left(\frac{179}{137}, \frac{638}{137}\right)$
3.
   - **3.1.** $6$
   - **3.2.** $-2$
   - **3.3.** $-2$
4. ---
5.
   - **5.1.** $36$
   - **5.2.** $36$
   - **5.3.** $0$
   - **5.4.** $-25$
6.
   - **6.1.** $3\sqrt{3}$
   - **6.2.** $-2{,}4$
7.
   - **7.1.** Por exemplo, $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{DC}$
   - **7.2.** Por exemplo, $\overrightarrow{AB}$ e $2\overrightarrow{DC}$
   - **7.3.** Por exemplo, $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AE}$
   - **7.4.** Por exemplo, $\overrightarrow{AB}$ e $2\overrightarrow{CD}$
8.
   - **8.1.** $-\frac{25}{2}$
   - **8.2.** $-25$
   - **8.3.** $0$
9.
   - **9.1.** $\frac{15\sqrt{3}}{2}$
   - **9.2.** $\frac{15\sqrt{3}}{2}$
   - **9.3.** $50$
   - **9.4.** $-9$
10.
    - **10.1.** $\sqrt{13}\ cm$
    - **10.2.** $4$
    - **10.3.** $33{,}7$º
11.
    - **11.1.** $-2$
    - **11.2.** $4$
    - **11.3.** $-12$
12.
    - **12.1.** $\overline{BA} = 3\sqrt{2}$; $\overline{AC} = \sqrt{37}$; $\overline{BC} = 5$
    - **12.2.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3 \neq 0$, logo o triângulo não é retângulo em $B$
13.
    - **13.1.** $8$
    - **13.2.** $0$
    - **13.3.** $4$
14.
    - **14.1.** $\frac{12}{7}$
    - **14.2.** $-21$
    - **14.3.** $\pm\sqrt{17}$
15. $\frac{48+2\sqrt{3}}{13}$