Proposta de resolução [outubro]

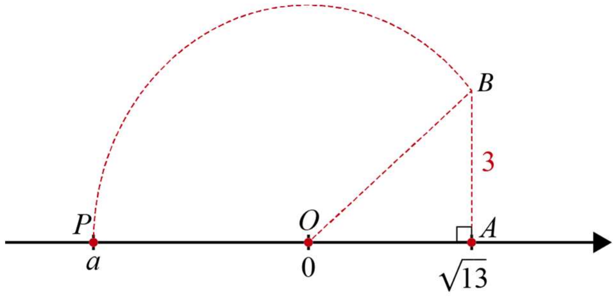
Caderno 1

1. Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow$

$\overline{OB}^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2 + 3^2$

Então, $\overline{OB} = \sqrt{22}$, pelo que se conclui que $a = -\sqrt{22} \approx -4,69$.



Resposta: A abcissa do ponto P é, aproximadamente, $-4,69$.

2. $\overline{AB} = \dfrac{96}{6} = 16$

Seja a o apótema do hexágono e M o ponto médio de $[AB]$.

$a^2 + \overline{AM}^2 = \overline{AO}^2 \Leftrightarrow a^2 + 8^2 = 16^2 \Leftrightarrow a^2 = 192$

Sendo $a > 0$, tem-se $a = \sqrt{192}$.

$A_{\text{hexágono}} = 6 \times A_{[ABO]} = 6 \times \dfrac{16 \times \sqrt{192}}{2} = 48 \times \sqrt{192} \approx 665,107$

$|665,1075 - 665| \approx 0,1075$; $|665,1075 - 665,5| \approx 0,3925$; $|665,1075 - 666| \approx 0,8925$

Resposta: O valor apresentado pela Rita é o que mais se aproxima do valor da área do hexágono.

3.1. Seja x a medida do lado de cada um dos 12 quadrados.

$x = \sqrt{7}$

Designando por P o perímetro do retângulo $[ABCD]$, obtém-se:

$P = 14\sqrt{7} \approx 37,0$

Resposta: O perímetro do retângulo $[ABCD]$ é, aproximadamente, $37,0$ unidades de comprimento.

3.2. Seja y a medida do lado do quadrado $[PQRS]$.

$y^2 = 84$, ou seja, $y = \sqrt{84} \approx 9,165$.

$\left]\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}, 3\pi\right[= \left]9, 3\pi\right[$

Como $3\pi > 9,42$, conclui-se que $\sqrt{84} \in \left]9, 3\pi\right[$.

Resposta: Opção **(B)** $\left]\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}, 3\pi\right[$

4. A área pedida é a diferença entre a área da quarta parte de um círculo de raio $\overline{AB}$ e a área do triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que $\overline{AB} = \sqrt{12}$.

Sendo S a área da região pedida, tem-se $S = \dfrac{\pi\sqrt{12}^2}{4} - \dfrac{12}{2} = 3\pi - 6$.

$S = 3\pi - 6 \approx 3{,}424778$

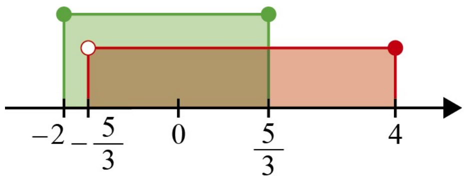
3,43 é um valor aproximado por excesso de S com um erro inferior a $0{,}01$.

Resposta: O valor exato da área da região pedida é $3\pi - 6$ e um valor aproximado por excesso com um erro inferior a 0,01 é 3,43.

Caderno 2

5.

5.1. $A \cup \left[-2, \dfrac{5}{3}\right] = \left[-2, 4\right]$



5.2. $3 - \dfrac{3+x}{2} > \dfrac{x}{4} \Leftrightarrow 12 - 6 - 2x > x \Leftrightarrow -3x > -6 \Leftrightarrow x < 2$

$B = \left]-\infty, 2\right[$

$\mathbb{R}^+ \cap B = \mathbb{R}^+ \cap \left]-\infty, 2\right[= \left]0, 2\right[$

$\mathbb{R}^+ \cap B = \left]0, 2\right[$

6. $S = \left]7 \times 10^{-4}, \dfrac{5}{2}\right[$

$7 \times 10^{-4} = 0{,}0007$ e $\dfrac{5}{2} = 2{,}5$

$S = \left]7 \times 10^{-4}, \dfrac{5}{2}\right[= \left]0{,}0007\ ;\ 2{,}5\right[$

$0{,}0027 \times 10^3 = 2{,}7$

$2{,}7 \notin S$

Resposta: Opção **(B)** $0{,}0027 \times 10^3$

7.

Proposta de resolução [outubro]

7.1. $\overline{BC} = \overline{AD} = 4 + 2x$

$\overline{CD} = \overline{AB} = x$

$P = 2\overline{CD} + 2\overline{AD} = 2x + 2(2x+4)$

$P = 2x + 4x + 8$

$P = 6x + 8$

7.2.

a) $P = 17 \Leftrightarrow 6x + 8 = 17 \Leftrightarrow 6x = 9 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x = 1{,}5$

Se $x = 1{,}5$, tem-se:

$\overline{CD} = 1{,}5$ e $\overline{AD} = 4 + 2 \times 1{,}5 = 7$

A área do canteiro, em m^2, é dada por $1{,}5 \times 7$, ou seja, 10,5.

Resposta: $10{,}5\,\mathrm{m}^2$

b) $\overline{CD} \geq 1 \ \wedge \ P \leq 23 \Leftrightarrow x \geq 1 \wedge 6x + 8 \leq 23 \Leftrightarrow x \geq 1 \wedge x \leq \dfrac{15}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq 1 \wedge x \leq \dfrac{5}{2} \Leftrightarrow x \in \left[1, \dfrac{5}{2}\right]$

Resposta: $x \in \left[1, \dfrac{5}{2}\right]$

8. $2\left(1 - \dfrac{x}{3}\right) + x < 7 \Leftrightarrow 2 - \dfrac{2x}{3} + x < 7 \Leftrightarrow -\dfrac{2x}{3} + x < 5 \Leftrightarrow -2x + 3x < 15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < 15$

Conjunto-solução: $\left]-\infty, 15\right[$

O maior número primo que é solução é 13.

Resposta: 13

9. Se $a > -1$, então $a^3 > (-1)^3$, ou seja, $a^3 > -1$. **(1)**

Como $a < 0$, então $a^3 < 0$. **(2)**

De (1) e (2), conclui-se que $a^3 \in \left]-1, 0\right[$.

O simétrico, ou seja, $-a^3$ está entre 0 e 1. Como $1 < b$, tem-se que $0 < -a^3 < b$.

Daqui resulta que o ponto C pertence ao segmento de reta $[O, B]$.