Proposta de resolução [novembro]

Caderno 1

1. Atendendo a que o triângulo $[OAB]$ é equilátero, $\overline{MB}$ é uma altura do triângulo.

$\overline{OA} = \overline{OB} = \frac{18}{3} = 6$ cm e $\overline{OM} = \frac{\overline{OA}}{2} = 3$ **cm.**

Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{OB}^2 = \overline{MB}^2 + \overline{OM}^2 \Leftrightarrow 6^2 = \overline{MB}^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{MB}^2 = 27$

Sendo $\overline{MB} = \sqrt{27}$, $\overline{OC} = \overline{OM} + \overline{MC}$ e $\overline{MC} = \overline{MB}$, conclui-se que:

$\overline{OC} = 3 + \sqrt{27} \approx 8{,}196$

Então, a abcissa do ponto C pertence ao intervalo $\left]8 \, , \frac{41}{5}\right[$.

Resposta: **(B)** $\left]8 \, , \frac{41}{5}\right[$

2. Como $\overline{AB}^2 = 36$, então $\overline{AB} = \sqrt{36} = 6$.

Sendo r o raio da circunferência, tem-se $r = \frac{\overline{AB}}{2} = 3$.

A área da região sombreada da figura é a diferença entre as áreas do quadrado e a do círculo. Designando por S essa área:

$S = 36 - \pi \times 3^2 = 36 - 9\pi \approx 7{,}73 \text{ cm}^2$

Resposta: A área da região sombreada da figura é, aproximadamente, 7,73 cm^2.

3. $A = \{x \in \mathbb{N} : 15 - 4x \leq 1\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} : 3x - \sqrt{5} < 20\}$

$15 - 4x \leq 1 \Leftrightarrow -4x \leq -14 \Leftrightarrow x \geq \frac{14}{4} \Leftrightarrow x \geq \frac{7}{2} \Leftrightarrow x \geq 3{,}5$

$3x - \sqrt{5} < 20 \Leftrightarrow 3x < 20 + \sqrt{5} \Leftrightarrow x < \frac{20 + \sqrt{5}}{3}$

$A \cap B = \left[\frac{7}{2} \, , \frac{20 + \sqrt{5}}{3}\right[$

Atendendo a que $\frac{20 + \sqrt{5}}{3} \approx 7{,}412$ (valor arredondado), conclui-se que $x \in \{4, 5, 6, 7\}$.

Resposta: $\{4, 5, 6, 7\}$

Proposta de resolução [novembro]

4. Seja a o lado do quadrado.

$a^2 = 30$

Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{AC}^2 = a^2 + a^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 30 + 30 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 60$

Então, $\overline{AC} = \sqrt{60}$.

$P = 3\sqrt{60} \approx 23{,}2379$

Resposta: Opção **(C)** $23{,}23 < P < 23{,}24$

5.

5.1. **a)** A reta *JG* é secante ao plano *FBC*.

b) A reta *JG* é paralela ao plano *ABF*.

c) As retas *JG* e *IF* são paralelas.

d) As retas *JG* e *BF* são não complanares.

5.2. A distância da reta *IJ* ao plano *ABC* é igual à distância de um ponto da reta ao plano.

Seja h a altura do triângulo [*EFI*] relativamente a [*EF*].

$\overline{EF} = \overline{AB} = 6$

$h^2 + 3^2 = 7^2 \Leftrightarrow h^2 = 49 - 9 \Leftrightarrow h^2 = 40$, pelo que $h = \sqrt{40}$.

$\overline{BF} = \frac{80}{\overline{BC}} = \frac{80}{10} = 8$

A distância do ponto I ao plano *ABC* é: $\overline{BF} + h = 8 + \sqrt{40} \approx 14{,}32$.

Resposta: A distância da reta *IJ* ao plano *ABC* é, aproximadamente, 14,32.

FIM (Caderno 1)

Proposta de resolução [novembro]

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. Seja r o raio do círculo.

$\pi r^2 = 7\pi \Leftrightarrow r^2 = 7$, logo $r = \sqrt{7}$.

Seja b a abcissa do ponto B.

$b = -3 + 2\sqrt{7}$

Resposta: **(D)** $-3 + 2\sqrt{7}$

7. $4 - \left(\dfrac{3}{2} - 2x\right) > x \Leftrightarrow 4 - \dfrac{3}{2} + 2x > x \Leftrightarrow 8 - 3 + 4x > 2x \Leftrightarrow 2x > -5 \Leftrightarrow x > -\dfrac{5}{2}$

$A = \left]-\dfrac{5}{2}, +\infty\right[$

$\dfrac{6-3x}{4} \geq 1 - \dfrac{x}{2} \Leftrightarrow 6 - 3x \geq 4 - 2x \Leftrightarrow -x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq 2$

$B = \left]-\infty , 2\right]$

$A \cap B = \left]-\dfrac{5}{2} , 2\right]$

8. A distância de C à reta AB é dada por $\overline{CM}$, uma vez que $[CD]$ é a altura do triângulo relativa ao lado $[AB]$ e, por isso, perpendicular a AB.

Considerando $\overline{CM} = x$, tem-se $\overline{BC} = x + 1$.

$\overline{CM}^2 + \overline{MB}^2 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow x^2 + 5^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + 5^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 25 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow 24 = 2x \Leftrightarrow x = 12$

Resposta: A distância do ponto C à reta AB é 12 cm.

9.

9.1. Como $\overline{AB}^2 = 36$ tem-se $\overline{AB} = 6$.

Representando a área da superfície lateral da pirâmide por S, obtém-se:

$S = 4 \times \dfrac{\overline{AB} \times \overline{CM}}{2} = 4 \times \dfrac{6 \times 5}{2} = 60\ \text{cm}^2$

Resposta: A área da superfície lateral da pirâmide é 60 cm^2.

9.2. Seja h a altura da pirâmide.

Pelo Teorema de Pitágoras:

$h^2 + \left(\dfrac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = \overline{CM}^2 \Leftrightarrow h^2 + 3^2 = 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 16$, pelo que $h = 4$.

Seja V o volume da pirâmide.

$V = \dfrac{1}{3} \times 36 \times 4 = 48\,\text{cm}^3$

Resposta: O volume da pirâmide é $48\ \text{cm}^3$.

FIM (Caderno 2)