Nome do aluno | Nº | Data / / 20

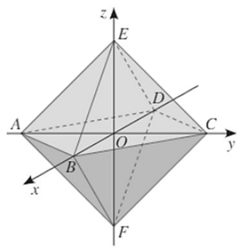
AVALIAR CONHECIMENTOS

ESCOLHA MÚLTIPLA

1. Considere um referencial o.n. $Oxyz$. Uma equação do plano que contém o ponto $P(1,3,4)$ e é perpendicular a $\vec{u}(2,0,1)$ é:
(A) $x+2z=9$
(B) $2x-z+2=0$
(C) $x+3y+4z=9$
(D) $2x+z=6$

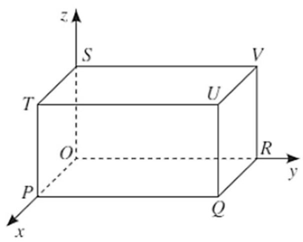
2. Considere um referencial o.n. $Oxyz$. O ponto de coordenadas $(-1,3,k)$ pertence ao plano definido analiticamente por $-x+3y+z=4$, se:
(A) $k=-6$ **(B)** $k=-4$ **(C)** $k=-3$ **(D)** $k=4$

3. No referencial o.n. da figura está representado um octaedro regular. Os vértices do octaedro pertencem aos eixos coordenados e a sua aresta mede $2\sqrt{2}$.
Uma equação do plano que contém a face BCF é:
(A) $x+y-z=2$
(B) $x+y+z=2\sqrt{2}$
(C) $x+y-z=2\sqrt{2}$
(D) $x+y+z=2$



4. Na figura está representado em referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo reto.
Sabe-se que:
- A origem do referencial é um dos vértices;
- Os vértices P, R e S pertencem aos eixos Ox, Oy e Oz, respetivamente;
- O vértice U tem coordenadas $(2,4,2)$.

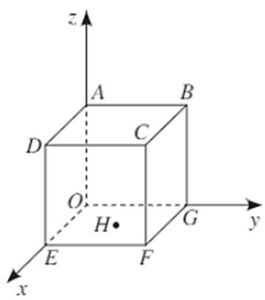
Considere a reta r definida pela equação $(x,y,z)=(2,0,2)+k(0,0,1), k\in\mathbb{R}$.
Qual é o ponto de interseção da reta r com o plano OUV?
(A) O ponto P **(B)** O ponto T **(C)** O ponto U **(D)** O ponto V



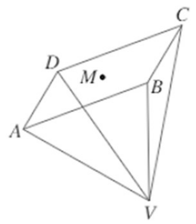
5. Num referencial o.n. $Oxyz$, sejam α e β os planos definidos pelas equações
$$\alpha: x+y-z=1 \quad e \quad \beta: 2x+2y-2z=1$$
A interseção dos planos α e β é:
(A) O conjunto vazio
(B) Um ponto
(C) Uma reta
(D) Um plano

6. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo.
Sabe-se que:
- A origem do referencial é um dos vértices;
- Os vértices E, G e A pertencem aos eixos Ox, Oy e Oz, respetivamente;
- H é o centro da face $[OGFE]$;
- Uma equação do plano DBH é $x+y=10$.

Qual é a medida da aresta do cubo?
(A) 5 **(B)** 10 **(C)** $5\sqrt{2}$ **(D)** $10\sqrt{2}$



7. Considere a pirâmide quadrangular regular representada na figura onde o ponto M é o centro da base. Num determinado referencial o.n., as coordenadas dos pontos V e M são $(2,3,4)$ e $(-1,2,5)$, repetivamente.



Uma equação do plano ABC é:

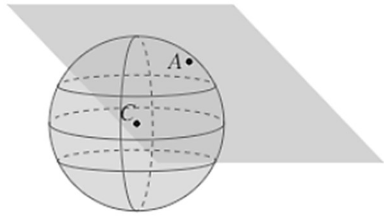
(A) $3x+y+z=-6$

(B) $x-3y=-7$

(C) $3x+y-z=-6$

(D) $x+3z=14$

8. Na figura, o plano α é, num referencial o.n., definido pela equação $x-2y+3z=3$ e é tangente à superfície esférica, de centro em C, no ponto A de coordenadas $(-1,1,2)$.



Uma equação da superfície esférica pode ser:

(A) $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$

(B) $x^2+y^2+z^2=6$

(C) $x^2+(y+1)^2+(z-5)^2=6$

(D) $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=14$

9. Num referencial o.n. do espaço, o plano α é definido pela seguinte equação vetorial:

$$(x,y,z)=(1,2,3)+s(1,1,2)+t(-1,0,2), s,t\in\mathbb{R}$$

Uma equação cartesiana do plano α é:

(A) $2x-4y+z+3=0$

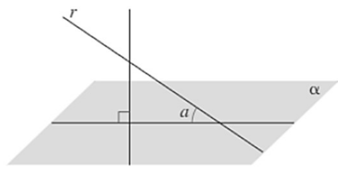
(B) $-2x+4y-z+1=0$

(C) $x-2y+\frac{1}{2}z=0$

(D) $2x+4y+z-13=0$

10. Na figura estão representados o plano α e a reta r definidos, num referencial o.n. do espaço, pelas equações

$x-y+z=1$ e $(x,y,z)=(-1,0,0)+k(1,1,-2), k\in\mathbb{R}$, respetivamente.



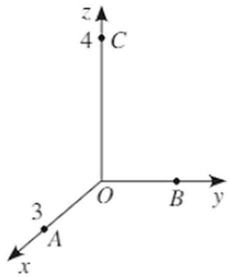
Seja a o ângulo que a reta r faz com a sua projeção ortogonal sobre o plano α.

Então, a amplitude de a, em graus, aproximada às décimas, é:

(A) 28,1º **(B)** 60º **(C)** 61,9º **(D)** 118,1º

RESPOSTA ABERTA

11. Considere três pontos A, B e C, pertencentes aos eixos coordenados representados no referencial $Oxyz$ da figura. Os pontos A e C têm coordenadas $(3,0,0)$ e $(0,0,4)$, respetivamente. B pertence ao eixo Oy e $\overline{AB} = \sqrt{13}$.



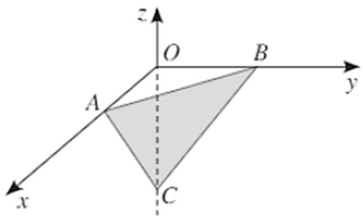
11.1. Determine as coordenadas do ponto B.

11.2. Determine a amplitude, em graus, do ângulo dos vetores $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{CB}$, aproximada às décimas.

11.3. Determine uma equação cartesiana do plano ABC.

12. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um triângulo $[ABC]$. Relativamente ao triângulo $[ABC]$, sabe-se que:

- Está contido no plano α de equação $20x + 15y - 12z = 60$;
- Os pontos A, B e C pertencem aos eixos Ox, Oy e Oz, respetivamente.

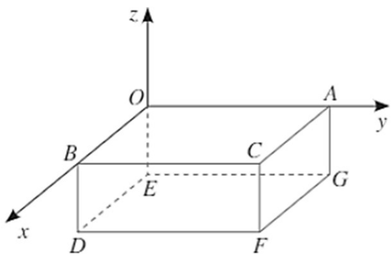


12.1. Determine as coordenadas dos vértices do triângulo;

12.2. Classifique o triângulo quanto aos ângulos;

12.3. Determine uma equação cartesiana de um plano perpendicular a α e que contém o ponto B.

13. No referencial o.n. da figura está representado um prisma, em que um dos vértices é a origem do referencial, a base $[OABC]$ está contida no plano xOy e o ponto F tem coordenadas $(4,3,-2)$.



13.1. Calcule $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{AD}$.

13.2. Determine uma equação cartesiana do plano OBF.

13.3. Calcule o valor de p, de modo que o ponto P, de coordenadas $(2p, -p+2, 4)$, pertença ao plano mediador de $[AB]$.

14. Considere as retas r e s, definidas num referencial ortonormado por:

$$r: (x,y,z) = (1,2,3) + k(1,-1,2), k \in \mathbb{R}$$
$$s: (x,y,z) = (1,2,3) + k(3,-1,0), k \in \mathbb{R}$$

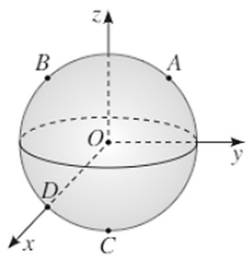
14.1. Justifique que as retas r e s definem um plano e determine uma equação vetorial desse plano.

14.2. Determine um sistema de equações paramétricas de uma reta perpendicular a s e que passa pela origem do referencial.

14.3. Determine a interseção da reta r com o plano xOz.

15. Na figura está representada, em referencial ortonormado, uma superfície esférica centrada na origem do referencial à qual pertencem os pontos A, B, C e D, tais que:

- Os pontos A e B têm coordenadas $(0,8,6)$ e $(0,-8,6)$, respetivamente;
- O ponto D pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- O ponto C pertence ao semieixo positivo das cotas.



15.1. Escreva uma equação da superfície esférica.

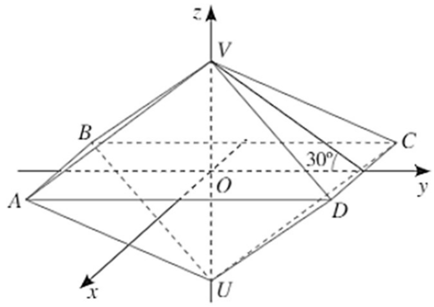
15.2. Defina analiticamente o plano ABD.

15.3. Calcule $\sin(B\hat{C}A)$.

15.4. Escreva uma equação vetorial do plano tangente à superfície esférica no ponto B.

16. No referencial o.n. $Oxyz$ está representado um octaedro, constituído por duas pirâmides quadrangulares regulares geometricamente iguais.
Sabe-se que:

- O quadrado $[ABCD]$ está contido no plano xOy;
- Os vértices U e V pertencem ao eixo Oz;
- A face ABV está contida no plano de equação $-\sqrt{3}y + 3z = 3\sqrt{3}$;
- O ângulo agudo que cada face das duas pirâmides forma com a base tem amplitude de $30º$.



16.1. Determine o volume do sólido.

16.2. Determine uma equação cartesiana do plano UDC e mostre que este é paralelo ao plano ABV.

16.3. Seja r a reta perpendicular ao plano ABV que passa por D.
Calcule as coordenadas do ponto de interseção da reta r com o plano ABV.

17. Considere num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos A, B e C de coordenadas $(3, 0, 0)$, $(0, -2, 0)$ e $(0, 0, 4)$, respetivamente.

17.1. Determine uma equação cartesiana do plano:

17.1.1. ABC

17.1.2. Tangente à superfície esférica, de diâmetro $[AB]$, no ponto A

17.1.3. Perpendicular ao plano ABC e que passa por B.

17.2. Seja D um ponto de coordenada positiva pertencente à reta paralela ao eixo Oy e que passa por C. Determine as coordenadas de D sabendo que $C\widehat{D}A = \frac{\pi}{6}$.

17.3. Identifique o lugar geométrico dos pontos $P(x, y, z)$ tais que $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$.

17.4. Determine o volume da pirâmide triangular $[OABC]$.

17.5. Seja r a reta perpendicular ao plano ABC e que passa pelo ponto de coordenadas $(2, 2, -1)$. Determine as coordenadas do ponto de interseção da reta r com o plano ABC.