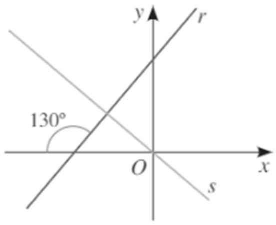
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

AVALIAR CONHECIMENTOS

ESCOLHA MÚLTIPLA

1. No referencial o.n. da figura as retas r e s são perpendiculares e a reta s passa na origem do referencial. De acordo com os dados da figura, a equação reduzida da reta s é:

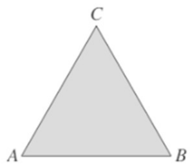


(A) $y = \tan 50º\, x$
(B) $y = \frac{1}{\tan 50º} x$
(C) $y = -\frac{1}{\tan 130º} x$
(D) $y = \frac{1}{\tan 130º} x$

2. Considere dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ colineares, ambos de norma 1. De entre as afirmações seguintes, indique a que é necessariamente verdadeira.

(A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ **(B)** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ **(C)** $|\vec{u} \cdot \vec{v}| = 1$ **(D)** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$

3. Considere o triângulo equilátero representado na figura. O valor de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ é igual a:

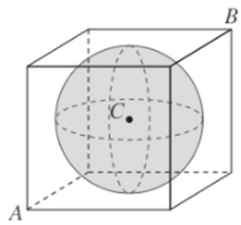


(A) $-\frac{\|\overrightarrow{AB}\|^2}{2}$
(B) $-\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{BC}\|$
(C) $\frac{\|\overrightarrow{AB}\|^2}{2}$
(D) $\|\overrightarrow{AB}\|^2$

4. Considere, num referencial o.n., as retas r e s.
Sabe-se que as retas são perpendiculares e que a inclinação de r é 120º. Então, o declive da reta s é igual a:

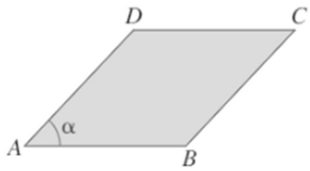
(A) $-\sqrt{3}$ **(B)** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ **(C)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **(D)** $\sqrt{3}$

5. Na figura está representada uma esfera inscrita num cubo.
A esfera tem 3 centímetros de raio e centro em C, e $[AB]$ é uma diagonal espacial do cubo.
O valor de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ é:



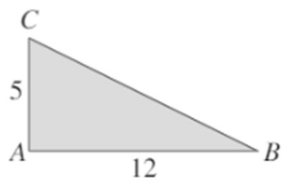
(A) -54
(B) -36
(C) 36
(D) 54

6. Na figura está representado o losango $[ABCD]$ de lado 3, tal que $B\hat{A}D = \alpha$.
Se $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 6$, o valor de α, em graus, arredondado às unidades é:



(A) 41º
(B) 42º
(C) 48º
(D) 49º

7. Considere o triângulo representado na figura, retângulo em A, cujos catetos medem 5 e 12. O valor de $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ é igual a:

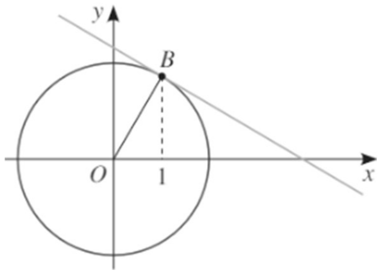


(A) $\frac{300}{13}$
(B) 25
(C) $\frac{720}{13}$
(D) 60

8. Num referencial o.n. xOy, a retas de equação $x + by - 1 = 0$ e $x = 3y$ são perpendiculares para b igual a:

(A) $-\frac{1}{3}$ **(B)** 0 **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** 3

9. Na figura estão representadas, num referencial o.n. xOy, a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 4$ e a reta r tangente a essa circunferência no ponto B, de coordenadas $(1, \sqrt{3})$.



Seja $\vec{u}$ um vetor diretor da reta r. O valor de $\vec{u} \cdot \overrightarrow{OB}$ é:

(A) -4 **(C)** 4

(B) 0 **(D)** $2\|\vec{u}\|$

10. Num referencial o.n. $Oxyz$, os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm coordenadas $(-3, 1, 4)$ e $(2, 3p - 1, -2)$, respetivamente. O valor de p para o qual os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares é:

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 5

11. Num referencial ortonormado do plano, considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ de coordenadas $(2, -3)$ e $(1, 1)$, respetivamente. O ângulo dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é:

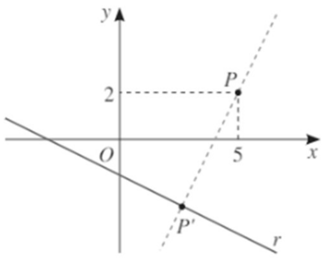
(A) Agudo **(B)** Obtuso **(C)** Reto **(D)** Raso

12. De dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sabe-se que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2$ e que $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$. Então $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (3\vec{u})$ é igual a:

(A) -12 **(B)** 0 **(C)** 6 **(D)** 8

Resposta Aberta

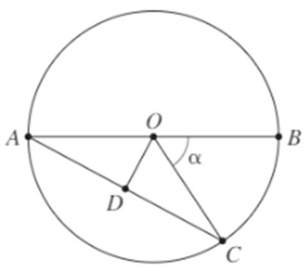
13. No referencial o.n. xOy da figura ao lado estão representados a reta r de equação $x + 2y + 3 = 0$ e o ponto P de coordenadas $(5, 2)$.



13.1. Seja α a inclinação da reta r. Determine $\cos^2 \alpha$.

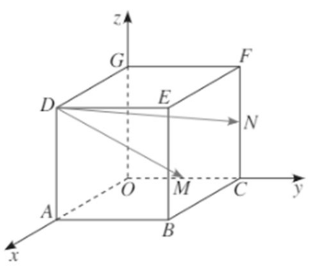
13.2. Determine as coordenadas da projeção ortogonal de P, P', sobre a reta r.
Sugestão: comece por determinar uma equação da reta PP'.

14. Na figura está representada uma circunferência de centro em O e raio r. Sabe-se que:



- $[AB]$ é um diâmetro da circunferência;
- O ponto C pertence à circunferência;
- α é a amplitude do ângulo COB;
- $[OD]$ é perpendicular a $[AC]$.

Prove que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4r^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

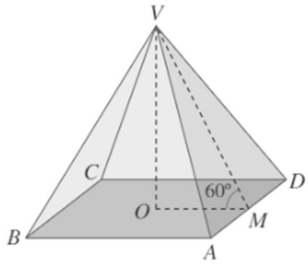


15. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[OABCDEFG]$.
O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial.
Os vértices A, C e G pertencem aos semieixos positivos Ox, Oy e Oz, respetivamente.
O ponto M é o ponto médio de $[OC]$ e N é o ponto médio de $[FC]$.
Sabendo que $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DN} = 32$, mostre que $\cos(N\hat{D}M) = \frac{8}{9}$.

16. Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular cuja aresta da base mede $8\ cm$.

O ponto O é o centro da base da pirâmide, M é o ponto médio de $[AD]$ e $O\hat{M}V = 60º$.

Determine:



16.1. $\overrightarrow{VO} \cdot \overrightarrow{VM}$

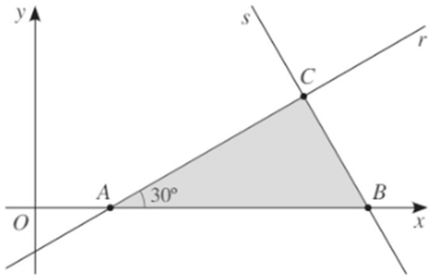
16.2. $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA}$

16.3. $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB}$

16.4. $\overrightarrow{VO} \cdot \overrightarrow{BD}$

17. Na figura estão representados, em referencial ortonormado, as retas r e s e o triângulo $[ABC]$ retângulo em C. Sabe-se que:

- O ponto $A\left(\sqrt{3}, 0\right)$ pertence à reta r;
- O ponto C de interseção das retas r e s tem abcissa 6;
- B é o ponto de interseção da reta s com o eixo Ox;
- A reta r tem inclinação 30º.

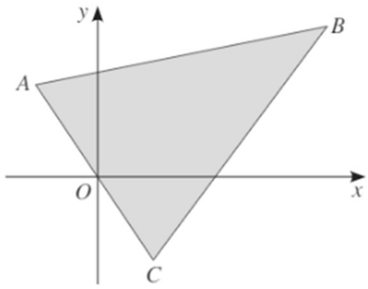


17.1. Determine as equações reduzidas das retas r e s.

17.2. Determine a área do triângulo $[ABC]$.

18. Na figura está representado, no referencial xOy, o triângulo $[ABC]$. Sabe-se que:

- O ponto O é o ponto médio do lado $[AC]$;
- O vetor $\overrightarrow{AB}$ tem coordenadas $(10, 2)$;
- O vetor $\overrightarrow{BC}$ tem coordenadas $(-6, -8)$.



18.1. Determine as coordenadas dos pontos A e C.

18.2. Calcule:

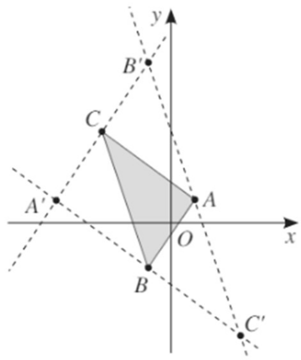
18.2.1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

18.2.2. $A\hat{B}C$, arredondada às décimas de grau.

18.3. Diga, justificando, se OB é a mediatriz de $[AC]$.

19. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy, o triângulo $[ABC]$, em que $A(1, 1)$, $B(-1, -2)$ e $C(-3, 4)$.

Por cada um dos vértices do triângulo $[ABC]$ traçaram-se retas paralelas ao lado oposto, obtendo um novo triângulo $[A'B'C']$.



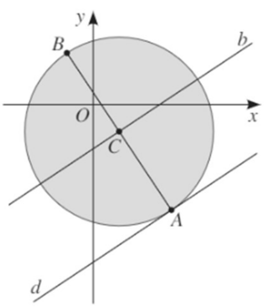
19.1. Justifique que o triângulo $[A'B'C']$ não é retângulo.

19.2. Determine as coordenadas de A'.

19.3. Seja D o ponto de coordenadas $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$. Identifique o conjunto dos pontos do plano, P, definidos pela equação $\overrightarrow{DP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

20. Na figura estão representadas, em referencial o.n., uma circunferência de centro $C(1, -1)$ e duas retas b e d.

O ponto B de coordenadas $(-1, 2)$ é a imagem de A pela reflexão de eixo b e a reta d é tangente à circunferência em A.



20.1. Justifique que as retas b e d são paralelas.

20.2. Determine a equação reduzidas da reta b.

20.3. Determine as coordenadas do ponto A e escreva uma equação da reta d.

21. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o triângulo $[ABC]$, em que $A(-2,1,0)$, $B(3,2,1)$ e $C(-4,5,2)$. Seja α a amplitude do ângulo BAC.

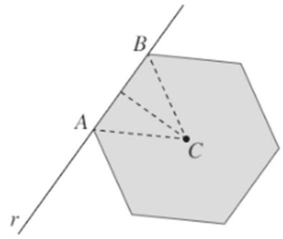
21.1. Determine $\sin^2 \alpha$.

21.2. Seja T um ponto do plano xOy com a mesma abcissa que B.
Determine as coordenadas de T, sabendo que $\overrightarrow{TC} \cdot \overrightarrow{AB} = -26$.

22. Considere, num referencial ortonormado, um hexágono regular. Sabe-se que:

- C é o centro do hexágono e tem coordenadas $(6,-2)$;
- O lado $[AB]$ do hexágono está contido na reta r, definida pela equação $-4x + 3y + 5 = 0$.

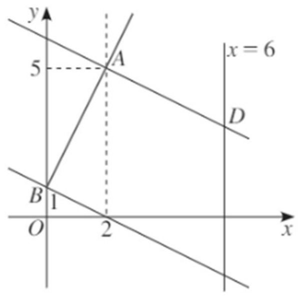
Determine a área do hexágono.



23. Na figura está representado, num referencial o.n., o lado $[AB]$ do retângulo $[ABCD]$.
Sabe-se que:

- Os vértices A e B têm coordenadas $(2,5)$ e $(0,1)$, respetivamente;
- O vértice D pertence à reta de equação $x = 6$.

Determine as coordenadas dos vértices C e D.



24. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, as retas r e s definidas pelas seguintes condições.

$$r: (x,y,z) = (0,1,-1) + k(1,2,-5), k \in \mathbb{R} \qquad e \qquad s: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -1 - t \end{cases}$$

24.1. Mostre que as retas r e s são concorrentes perpendiculares.

24.2. Sejam A o ponto de interseção das retas r e s, B o ponto de coordenadas $(2,0,-3)$ e C o ponto da reta s tal que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1$.
Determine as coordenadas do ponto C.

25. No referencial o.n. da figura, estão representadas uma circunferência de centro em C, ponto de abcissa 5, e a reta r tangente à circunferência em $T(3,3)$.
Tal como a figura sugere, o ponto de coordenadas $(0,-3)$ pertence à reta r. Determine:

25.1. A equação reduzida da reta r.

25.2. Uma equação da circunferência.