Teorema de Tales

1.

1.1. Atendendo ao Teorema de Tales temos que $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}$

Portanto: $\frac{7,5}{\overline{BD}} = \frac{3,5+7}{3,5} \Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{7,5 \times 3,5}{10,5} \Leftrightarrow \overline{BD} = 2,5$

1.2. $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{DA}$, ou seja, $\overline{DA} = \overline{AB} - \overline{BD} = 7,5 - 2,5 = 5$

2. Temos que $\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{DC} = 9 - 3 = 6$ e $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 6 - 2 = 4$

Por outro lado, temos que $\frac{\overline{CE}}{\overline{BE}} = \frac{2}{4} = 0,5$ e $\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}} = \frac{3}{6} = 0,5$

Como $\frac{\overline{CE}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}$, pelo recíproco do Teorema de Tales conclui.se que as retas AB e DE são paralelas.

3. $12,4\ u.c.$

4. ---

Semelhança de triângulos

5. A soma das amplitudes dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180º.

Portanto, $C\hat{B}A = 180º - 85º - 70º = 25º$ e $D\hat{F}E = 180º - 70º - 25º = 85º$

Logo, $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ e $A\hat{C}B = D\hat{F}E$

Assim, atendendo ao critério AA de semelhança de triângulos, podemos concluir que os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes, pois dois ângulos internos de um são iguais a dois ângulos internos do outro.

6. ---

7.

7.1. $\overline{PR} = \overline{PM} - \overline{RM} = 3,6 - 1,2 = 2,4\ cm$

$\overline{PN} = \overline{PS} + \overline{SN} = 3 + 1,5 = 4,5\ cm$

Por outro lado, temos que:

$\frac{\overline{PM}}{\overline{PR}} = \frac{3,6}{2,4} = 1,5$ e $\frac{\overline{PN}}{\overline{PS}} = \frac{4,5}{3} = 1,5$

O ângulo formado pelos lados $[PM]$ e $[PN]$ e pelos lados $[PR]$ e $[PS]$ tem a mesma amplitude, que é $110º$.

Portanto, os triângulos $[PMN]$ e $[PRS]$ são semelhantes, pois atendendo ao critério LAL da semelhança de triângulos, os comprimentos de dois lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos de dois lados do outro e os ângulos por eles formados em cada triângulo são iguais.

7.2. Os triângulos $[PMN]$ e $[PRS]$ são semelhantes, pelo que, atendendo ao critério LLL de semelhança de triângulos, os comprimentos dos lados de um triângulo são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados do outro. Assim, temos que:

$\frac{\overline{MN}}{\overline{RS}} = 1,5$, ou seja:

$$\frac{\overline{MN}}{4,6} = 1,5 \Leftrightarrow \overline{MN} = 4,6 \times 1,5 \Leftrightarrow \overline{MN} = 6,9\ cm$$

8.

8.1. ---

8.2. $14,8\ cm$

9. $\frac{3\sqrt{2}}{2}\ u.a.$

Perímetros e áreas de figuras semelhantes

10.

10.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes, atendendo ao critério AA de semelhança de triângulos, pois ambos têm um ângulo reto e o ângulo de vértice C é comum aos dois triângulos.

	Triângulo $[ABC]$	Triângulo $[EDC]$
Lados correspondentes	$[BC]$	$[EC]$
	$[AB]$	$[ED]$
	$[AC]$	$[CD]$

10.2. A razão de semelhança que transforma o triângulo $[EDC]$ no triângulo $[ABC]$ é igual a $\frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{4,8}{1,6} = 3$.

Por outro lado, temos que $\frac{Área_{\triangle[ABC]}}{Área_{\triangle[EDC]}} = 3^2$.

Sabemos que a área do triângulo $[ABC]$ é igual a $7,44\ cm^2$. Logo:

$$\frac{7,44}{Área_{\triangle[EDC]}} = 3^2 \Leftrightarrow \frac{7,44}{Área_{\triangle[EDC]}} = 9 \Leftrightarrow Área_{\triangle[EDC]} = \frac{7,44}{9} \approx 0,83\ cm^2$$

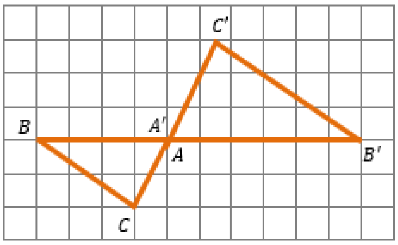
11. 5

12. ---

HOMOTETIAS

13.

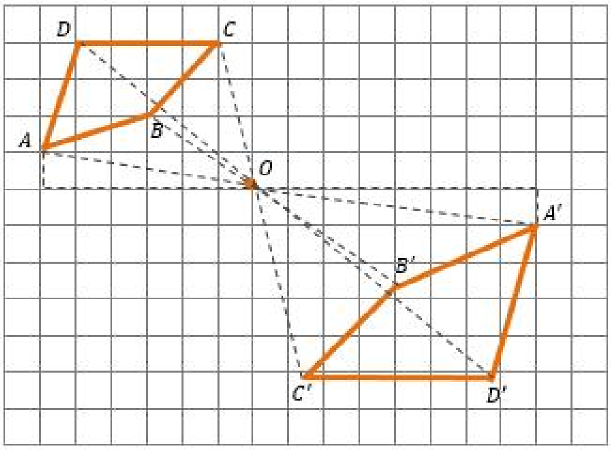
13.1.



13.2. Duas figuras homotéticas são semelhantes, sendo a razão de semelhança igual ao módulo da razão da homotetia. Portanto, o triângulo $[ABC]$ é semelhante ao triângulo $[A'B'C']$ e a razão de semelhança é $\left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$.

13.3. Os triângulos $[ABC]$ e $[A'B'C']$ são semelhantes, pelo que $\frac{Área_{\triangle[A'B'C']}}{Área_{\triangle[ABC]}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$. Como a área do triângulo $[ABC]$ é igual a $1{,}5\ cm^2$, temos que $\frac{Área_{\triangle[A'B'C']}}{1{,}5} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow Área_{\triangle[A'B'C']} = 3{,}375\ cm^2$.

14.



15.

15.1. $\frac{1}{2}$

15.2. ---

15.3. $11{,}7\ cm^2$