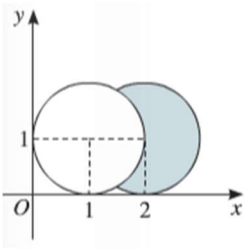
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Inequações cartesianas de semiplanos

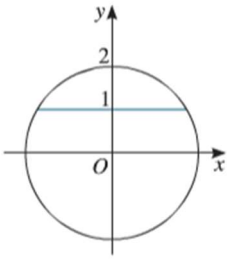
1. Escreva a inequação cartesiana do círculo de:
   1.1. Raio 4 e centro $(1, -4)$;
   1.2. Diâmetro $[AB]$, em que $A\ (-1, 3)$ e $B\ (3, -4)$.

2. Represente geometricamente o conjunto dos pontos do plano definido pela condição:
   2.1. $x^2 + (y-2)^2 \leq 4$
   2.2. $(x+1)^2 + (y-4)^2 > 9$
   2.3. $x^2 + y^2 < 4 \ \wedge \ x = 1$
   2.4. $x^2 + y^2 \leq 1 \ \wedge \ (x-2)^2 + y^2 \leq 4$

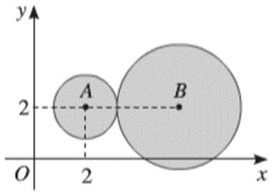
3. Escreva as condições que definam as regiões coloridas (incluindo as fronteiras).
   3.1.



   3.2.



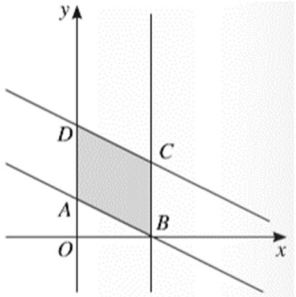
4. No referencial ortonormado da figura estão representados dois círculos C_1 e C_2.
   Sabe-se que:
   - Os círculos são tangentes;
   - O círculo C_1 tem centro em $A(2, 2)$ e C_2 tem centro em B;
   - O raio de C_2 é o dobro do raio de C_1;
   - A reta AB é paralela ao eixo das abcissas;
   - A área total dos dois círculos é $\frac{36\pi}{5}$.



   4.1. Calcule o raio de cada um dos círculos.
   4.2. Escreva uma condição que defina a região colorida incluindo a fronteira.

5. Considere, num referencial ortonormado de um plano, a reta r de equação $y = -2x + 3$.
   5.1. Indique as coordenadas de três pontos desse plano pertencentes ao semiplano aberto superior determinado pela reta r.
   5.2. Averigue se o ponto de coordenadas $(-3,2)$ pertence ao semiplano aberto inferior de fronteira r.

6. Na figura ao lado está representado em referencial ortonormado do plano um paralelogramo $[ABCD]$.
   Sabe-se que:
   - A reta AB é definida pela equação $y = -\frac{1}{2}x + 1$;
   - B é o ponto de interseção de AB com o eixo das abcissas;
   - O ponto D tem coordenadas $(0,3)$.



   6.1. Determine uma condição que defina o paralelogramo (região colorida incluindo a fronteira).
   6.2. Determine a área e o perímetro do paralelogramo.

7. Represente geometricamente os conjuntos dos pontos do plano definidos pelas condições:

7.1. $y < x - 3$

7.2. $y \geq 1$

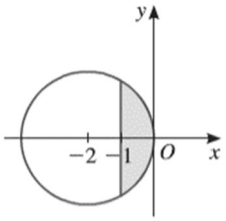
7.3. $x + y \geq 0 \ \wedge \ x \leq 3$

7.4. $x^2 + y^2 < 4 \ \wedge -1 \leq x \leq 1$

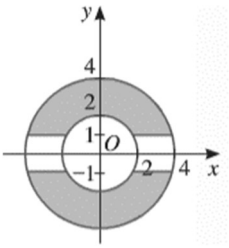
7.5. $0 < x < 2 \ \vee 0 < y < 2$

8. Escreva uma condição que defina cada uma das regiões coloridas (incluindo as fronteiras).

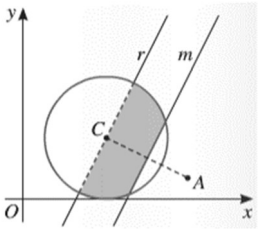
8.1.



8.2.



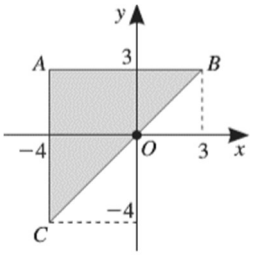
9. No referencial da figura estão representadas duas retas r e m e uma circunferência de centro em $C(4,3)$ e tangente ao eixo das abcissas. Sabe-se que a reta r tem equação $y = 2x - 5$ e a reta m é a mediatriz de $[AC]$, em que $A(8,1)$.



9.1. Mostre que a reta m é paralela à reta r.

9.2. Defina por uma condição a região colorida.

10. No referencial ortonormado da figura está representado um triângulo $[ABC]$ (incluindo a fronteira), em que $A(-4,3)$, $B(3,3)$ e $C(-4,-4)$.



10.1. Defina, por uma condição, o triângulo $[ABC]$ e calcule o seu perímetro.

10.2. Determine uma equação reduzida da mediatriz de $[BC]$.

10.3. Identifique a interseção do triângulo $[ABC]$ com o conjunto de pontos definido pela inequação $x^2 + y^2 \leq 4$.

Soluções

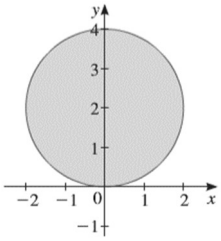
1.

1.1. $(x-1)^2+(y+4)^2 \leq 16$

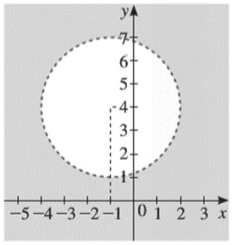
1.2. $(x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{65}{4}$

2.

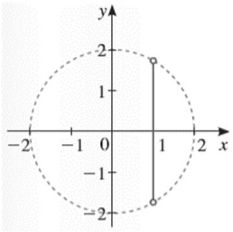
2.1.



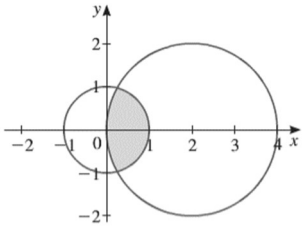
2.2.



2.3.



2.4.



3.

3.1. $(x-1)^2+(y-1)^2 \geq 1 \quad \wedge$
$(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 1$

3.2. $x^2+y^2 \leq 4 \quad \wedge \quad y=1$

4.

4.1. Raio de C_1: $\frac{6}{5}$ $u.c.$; raio de C_2: $\frac{12}{5}$ $u.c.$

4.2. Centro de C_2: $\left(2+\frac{6}{5}+\frac{12}{5};\ 2\right)$

$$(x-2)^2+(y-2)^2 \leq \frac{36}{25} \quad \vee$$

$$\left(x-\frac{28}{5}\right)^2+(y-2)^2 \leq \frac{144}{25}$$

5.

5.1. Três pontos pertencentes ao semiplano aberto superior são: $(2,0)$, $(4,-1)$ e $(5,5)$ (todos verificam a condição $y > -2x+3$)

5.2. O semiplano aberto inferior é definido pela inequação $y < -2x+3$.

Como $2 < -2(-3)+3 \Leftrightarrow 2 < 9$, é verdadeira, então, $(-3,2)$ pertence ao semiplano aberto inferior.

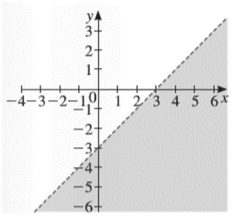
6.

6.1. $0 \leq x \leq 2 \quad \wedge \quad y \leq -\frac{1}{2}x+3 \quad \wedge$
$y \geq -\frac{1}{2}x+1$

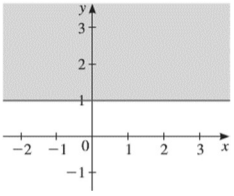
6.2. Perímetro: $2\sqrt{5}+4\ u.c.$; área: $4\ u.a.$

7.

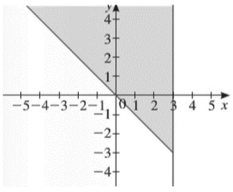
7.1.



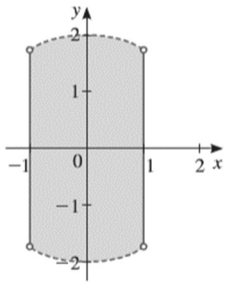
7.2.



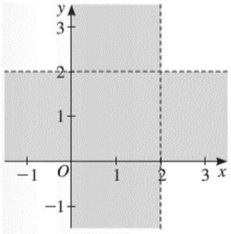
7.3.



7.4.



7.5.



8.

8.1. $(x+2)^2+y^2 \leq 4 \quad \wedge \quad x \geq -1$

8.2. $4 \leq x^2+y^2 \leq 16 \quad \wedge \quad (y \leq -1 \quad \vee \quad y \geq 1)$

9.

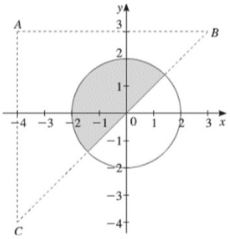
9.1. Mediatriz de $[AC]$: $y=2x-10$
A reta m é paralela à reta r pois ambas têm o mesmo declive (2).

9.2. $(x-4)^4+(y-3)^2 \leq 9 \quad \wedge$
$2x-10 \leq y > 2x-5$

10.

10.1. $x \geq -4 \ \wedge \ x \leq y \leq 3$

Perímetro: $14 + 7\sqrt{2}\ u.c.$

10.2. $y = -x - 1$

10.3. $x^2 + y^2 \leq 4 \ \wedge \ x \geq -4 \ \wedge \ x \leq y \leq 3$