Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Equação cartesiana reduzida da circunferência

Chama-se circunferência de centro A e raio r ao conjunto dos pontos $P(x, y)$ do plano cuja distância a A é igual a r.
A equação (cartesiana) reduzida da circunferência de centro $A(a_1, a_2)$ e raio$r$ é:

$$(x - a_1)^2 + (y - a_2)^2 = r^2$$

1. Num plano munido de um referencial o.n., considere os pontos $A(-2, -5)$, $B\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ e $C(2, 0)$.
Escreva a equação reduzida da circunferência que:

1.1. Tem centro no ponto A e passa no ponto C.

1.2. Tem centro no ponto B e raio $\sqrt{5}$.

1.3. Tem como um dos diâmetros o segmento de reta $[AB]$.

2. Determine o centro e o raio de cada uma das circunferências definidas pelas equações seguintes:

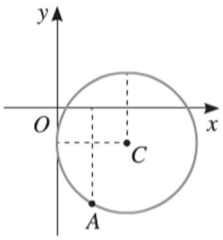
2.1. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 5$

2.2. $x^2 + (y + 2)^2 = 1$

2.3. $\left(x - \sqrt{3}\right)^2 + y^2 = \frac{3}{5}$

2.4. $x^2 - 8x + y^2 + 3y = -12$

3. No referencial o.n. da figura está representada uma circunferência de centro em $C(2, -1)$, tangente ao eixo Oy.



3.1. Escreva uma equação da circunferência.

3.2. Determine a ordenada do ponto A, de abcissa 1, pertencente à circunferência.

4. Verifique que o ponto de coordenadas $(1, 6)$ pertence à circunferência de equação:

$$(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

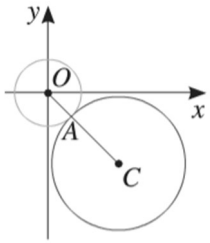
5. Considere a circunferência definida pela equação: $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$.

5.1. Indique as coordenadas do centro e do raio da circunferência.

5.2. Determine as coordenadas dos pontos de interseção da circunferência com o eixo Oy.

5.3. Mostre que o ponto de coordenadas $\left(2, \sqrt{13} - 3\right)$ pertence à circunferência.

6. No referencial da figura estão representadas duas circunferências, de centro O e C. Sabe-se que:



- As circunferências são tangentes no ponto A que pertence a OC;
- $x^2 + y^2 = 4$ é equação de uma das circunferências;
- $\overline{OC} = 6$ e $\overline{AC} = 2\overline{OA}$;
- O ponto C tem abcissa $3\sqrt{2}$.

6.1. Escreva uma equação da circunferência de centro em C.

6.2. Mostre que A tem coordenadas $\left(\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)$.

6.3. Mostre que a equação reduzida da mediatriz de $[AC]$ é $y = x - 4\sqrt{2}$.

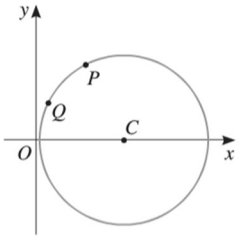
6.4. Determine a equação reduzida da reta que é paralela à mediatriz de $[AC]$ e passa em A.

7. Determine a equação reduzida da circunferência que passa no ponto P de coordenadas $(1,3)$ e é concêntrica com a circunferência de equação $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$, e determine a área da coroa circular compreendida entre as duas.

8. No referencial o.n. da figura está representada uma circunferência de centro C. Sabe-se que:

- Os pontos $P(4,6)$ e $Q(1,3)$ pertencem à circunferência;
- O centro C da circunferência pertence ao eixo das abcissas.

Determine a equação reduzida da circunferência.

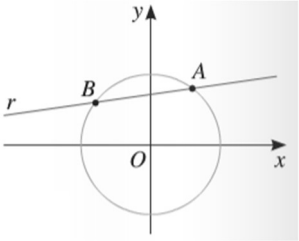


9. Determine uma equação da circunferência de raio 5 e cujo centro é a interseção das retas de equação $y = \frac{3}{2}x - 12$ e $y = -\frac{2}{7}x - \frac{9}{7}$.

10. No referencial o.n. da figura estão representadas a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 25$ e a reta r de equação $y = \frac{1}{7}x + \frac{25}{7}$.

10.1. A reta r interseta a circunferência em dois pontos A e B. Determina o comprimento da corda $[AB]$.

10.2. Determina a equação reduzida da mediatriz de $[AB]$.



Soluções

1.

1.1. $(x+2)^2+(y+5)^2=41$

1.2. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{3}\right)^2=5$

1.3. $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\left(y+\frac{8}{3}\right)^2=\frac{1225}{144}$

2.

2.1. $C(1,-4)$ e $r=\sqrt{5}$

2.2. $C(0,-2)$ e $r=1$

2.3. $C\left(\sqrt{3},0\right)$ e $r=\frac{\sqrt{15}}{5}$

2.4. $C\left(4,-\frac{3}{2}\right)$ e $r=\frac{5}{2}$

3.

3.1. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

3.2. $A\left(1,-1-\sqrt{3}\right)$

4.

5.

5.1. $C(2,-3)$ e $r=\sqrt{13}$

5.2. $(0,0)$ e $(0,6)$

5.3.

6.

6.1. $\left(x-3\sqrt{2}\right)^2+\left(y+3\sqrt{2}\right)^2=16$

6.2.

6.3.

6.4. $y=x-2\sqrt{2}$

7. $(x-3)^2+(y-4)^2=5$
$A=21\pi\ u.a.$

8. $(x-7)^2+y^2=45$

9. $(x-6)^2+(y+3)^2=25$

10.

10.1. $5\sqrt{2}\ u.c.$

10.2. $y=-7x$