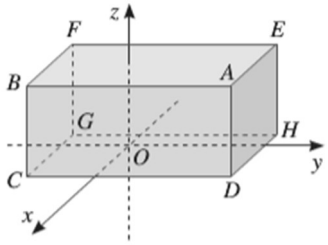
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Distância entre dois pontos no espaço. Equação do plano mediador de um segmento de reta.

1. Na figura seguinte está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ de faces paralelas aos planos coordenados.
Sabe-se que os pontos A e G têm coordenadas $(3, 5, 4)$ e $(-1, -3, 0)$, respetivamente.



1.1. Calcule:

1.1.1. $\overline{CD}$

1.1.2. $\overline{CG}$

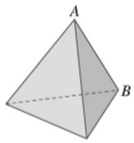
1.1.3. $\overline{AD}$

1.2. Utilizando o teorema de Pitágoras calcule:

1.2.1. GD

1.2.2. AG

2. As coordenadas de dois vértices A e B, de um tetraedro regular num referencial ortonormado, são $(2, 1, -2)$ e $(1, 2, -3)$.
Determine a área total do tetraedro.



3. Considere, num referencial ortonormado, os pontos A, B e C de coordenadas $(1, -1, 1)$, $(1, 1, 1)$ e $(2, 1, 1)$, respetivamente.

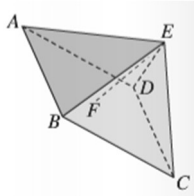
3.1. Determine uma equação do plano mediador de (apresente as suas respostas na forma $ax + by + cz + d = 0$, em que a, b, c e d designam números reais):

3.1.1. $[AB]$

3.1.2. $[AC]$

3.2. Mostre que o ponto de coordenadas $\left(\frac{3}{2}, 0, 4\right)$ pertence à interseção dos planos mediadores de $[AB]$ e $[AC]$.

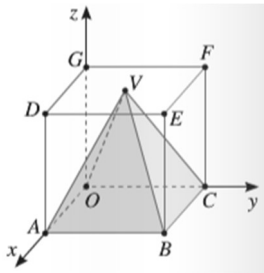
4. Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDE]$, em que F é o centro da sua base.
Sabe-se que, num referencial ortonormado $Oxyz$, $D(-6, 0, -2)$, $E(-3, 3, 1)$ e $F(-2, 1, -1)$.



4.1. Determine o volume da pirâmide.

4.2. Determine uma equação do plano mediador de $[ED]$.
Apresente a sua resposta na forma $ax + by + cz + d = 0$, em que a, b, c e d designam números reais.

5. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura estão representados um cubo e uma pirâmide de base $[OABC]$ e vértice no centro da face $[DEFG]$ do cubo.
Sabe-se que os vértices A, C e G pertencem ao semieixo positivo Ox, Oy e Oz, respetivamente.
O volume da pirâmide é de $9\ cm^3$.



5.1. Determine a medida da aresta do cubo e indique as coordenadas do vértice V da pirâmide.

5.2. O plano de equação $x = \frac{3}{2}$ é o plano mediador de quatro arestas do cubo. Identifique-as.

5.3. Determine as coordenadas do ponto P, pertencente ao eixo Oz e ao plano mediador de $[VB]$.

5.4. Determine uma equação do plano DFC. Apresente a sua resposta na forma $ax + by + cz + d = 0$, em que a, b, c e d designam números reais.

Soluções

1.
   1.1.
      1.1.1. $8\ u.c.$
      1.1.2. $4\ u.c.$
      1.1.3. $4\ u.c.$
   1.2.
      1.2.1. $4\sqrt{5}\ u.c.$
      1.2.2. $4\sqrt{6}\ u.c.$
2. $3\sqrt{3}\ u.a.$
3.
   3.1.
      3.1.1. $y = 0$
      3.1.2. $2x + 4y - 3 = 0$
   3.2. ---
4.
   4.1. $36\ u.v.$
   4.2. $6x + 6y + 6z + 21 = 0$
5.
   5.1. $aresta = 3\ cm; \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 3\right)$
   5.2. $[AO], [BC], [DG], [EF]$
   5.3. $P\left(0, 0, -\frac{3}{4}\right)$
   5.4. $x + y = 3$