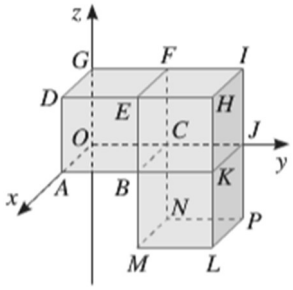
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Definir analiticamente conjuntos elementares no espaço

1. No referencial ortonormado $Oxyz$ da figura, estão representados três cubos geometricamente iguais.
Sabe-se que:

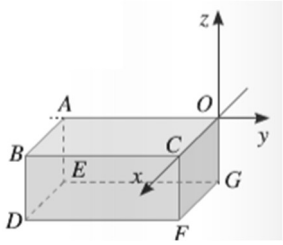
- As faces $[BCFE]$ e $[BKJC]$ são comuns a dois dos cubos;
- O retângulo $[HLPI]$ está contido no plano de equação $y = 10$;
- O retângulo $[OJIG]$ está contido no plano yOz



1.1. Indique as coordenadas dos vértices do cubo $[ABCODEF]$.
1.2. Identifique o ponto de coordenadas $(5, 10, -5)$.
1.3. Escreva uma equação cartesiana dos planos:
1.3.1. BEF
1.3.2. DHI
1.3.3. ABD
1.4. Identifique os pontos que pertencem, simultaneamente, ao plano xOy e ao plano de equação $x = 5$.

2. Escreva uma equação cartesiana do plano:
2.1. Paralelo ao plano xOy e que passa por $(2, 3, 4)$;
2.2. Perpendicular ao eixo Ox e que passa por $(1, -2, 0)$;
2.3. Paralelo ao plano de equação $y = -1$ e que contém a origem do referencial.

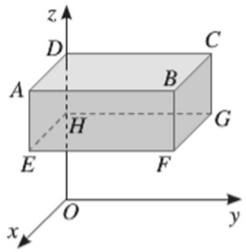
3. No referencial ortonormado $Oxyz$ da figura está representado um paralelepípedo em que um dos vértices é a origem do referencial, a base $[OABC]$ está contida no plano xOy e $D(3, -4, -2)$.



3.1. Indique as coordenadas dos outros vértices do prisma.
3.2. Escreva uma equação cartesiana dos planos.
3.2.1. ABC
3.2.2. BDF
3.2.3. ABD
3.3. Identifique, utilizando as letras da figura, a interseção dos planos de equação $x = 3$ e $z = -2$.

4. No referencial o.n. $Oxyz$ está representado um paralelepípedo de faces paralelas aos planos coordenados.
Sabe-se que:

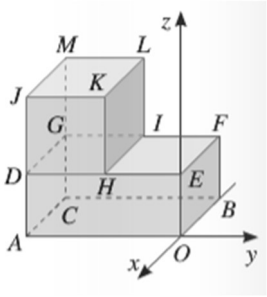
- $\overline{AB} = 7$
- $\overline{BC} = 5$
- $\overline{AE} = 3$
- $D(0, 0, 7)$



4.1. Indique as coordenadas dos vértices do paralelepípedo.
4.2. Identifique o conjunto de pontos definidos pelas condições:
4.2.1. $x = 5$
4.2.2. $x = 5 \wedge z = 7$
4.2.3. $x = 0 \wedge y = 7$
4.2.4. $y = 7 \wedge z = 4$
4.2.5. $x = 0 \wedge y = 7 \wedge z = 4$

5. Escreva um sistema de equações cartesianas que defina, num referencial o.n. $Oxyz$:
5.1. O eixo Ox;
5.2. A reta paralela ao eixo Oy que passa no ponto de coordenadas $(0, -2, 3)$;
5.3. A reta perpendicular ao plano yOz que passe no ponto $\left(-\frac{3}{2}, 0, 0\right)$.

6. Na figura estão representados, em referencial ortonormado $Oxyz$, um paralelepípedo $[AOBCDEFG]$ e um cubo $[DHIGJKLM]$.



Sabe-se que:

- $\overline{DE} = 2\overline{DH}$;
- As faces $[AOBC]$ e $[AOED]$ pertencem aos planos xOy e yOz, respetivamente;
- A face $[DHIG]$ está contida no plano DEF;
- Os pontos H e I pertencem às arestas $[DE]$ e $[GF]$, respetivamente;
- $H\left(0, -4, \frac{7}{2}\right)$.

6.1. Escreva uma equação cartesiana do plano que contém a face $[JKLM]$.

6.2. Identifique, utilizando letras da figura, a reta definida por $y = -8 \wedge z = \frac{7}{2}$.

6.3. Escreva uma condição que defina a aresta $[LI]$.

6.4. Escreva uma condição que defina o quadrado $[JKLM]$.

Soluções

1.

1.1. $A(5,0,0); B(5,5,0); C(0,5,0); O(0,0,0); D(5,0,5); E(5,5,5); F(0,5,5); G(0,0,5)$

1.2. Ponto L

1.3.

1.3.1. $y = 5$

1.3.2. $z = 5$

1.3.3. $x = 5$

1.4. Pontos: A, B, K

2.

2.1. $z = 4$

2.2. $x = 1$

2.3. $y = 0$

3.

3.1. $A(0,-4,0); B(3,-4,0); C(3,0,0); O(0,0,0); E(0,-4,-2); F(3,0,-2); G(0,0,-2)$

3.2.

3.2.1. $z = 0$

3.2.2. $x = 3$

3.2.3. $y = -4$

3.3. Reta DF

4.

4.1. $A(5.0,7); B(5,7,7); C(0,7,7); E(5,0,4); F(5,7,4); G(0,7,4); H(0,0,4)$

4.2.

4.2.1. Plano ABE

4.2.2. Reta AB

4.2.3. Reta CG

4.2.4. Reta FG

4.2.5. Ponto G

5.

5.1. $y = 0 \ \wedge z = 0$

5.2. $x = 0 \ \wedge z = 3$

5.3. $y = 0 \ \wedge z = 0$

6.

6.1. $z = \frac{15}{2}$

6.2. Reta DG

6.3. $x = -4 \ \wedge y = -4 \ \wedge \frac{7}{2} \leq z \leq \frac{15}{2}$

6.4. $z = \frac{15}{2} \ \wedge \ -4 \leq x \leq 0 \ \wedge \ -8 \leq y \leq -4$