

Nome do aluno

Nº

Data

/ / 20

AVALIAR CONHECIMENTOS

ESCOLHA MÚLTIPLA

1. No referencial ortonormado $Oxyz$ da figura está representado um prisma em que um dos vértices é a origem do referencial, a base $[OABC]$ está contida no plano xOy e $D(4, -5, -2)$.

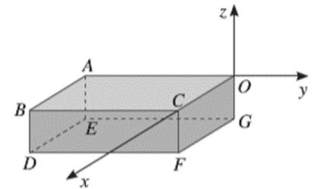
1.1. A equação $y = -\frac{5}{2}$ define analiticamente:

- (A) O plano medidor de $[AE]$
 (B) Uma reta perpendicular a Oy
 (C) O plano medidor de $[BC]$
 (D) Um plano paralelo a xOy

1.2. Um sistema de equações cartesianas que define a reta BD é:

- (A) $y = -5 \wedge z = -2$
 (B) $x = 4 \wedge y = -5$

- (C) $x = 4 \wedge z = -2$
 (D) $x = 4 \wedge z = 0$



2. Num referencial o.n. $Oxyz$, a reta definida pelo sistema $x = 3 \wedge z = 2$ é:

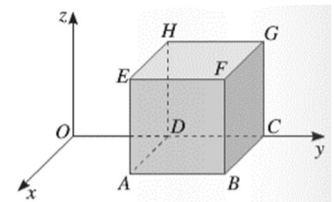
- (A) Paralela ao eixo Oz
 (B) Paralela ao eixo Oy
 (C) Perpendicular ao plano xOy
 (D) Paralela ao eixo Ox

3. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$ um cubo de aresta 2. Sabe-se que:

- A face $[ABCD]$ está contida no plano xOy ;
- A aresta $[DC]$ está contida no eixo Oy ;
- O ponto D tem coordenadas $(0, 2, 0)$;
- Os pontos de coordenadas $(2, 2, 0)$ e $(0, 4, 0)$ são vértices do cubo.

Qual é o plano medidor do segmento de reta cujos extremos são estes dois vértices?

- (A) ABC (B) ACG (C) BDH (D) BCF



4. Dado um referencial o.n. no espaço, o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos pontos $A(3, 0, 0)$ e $B(5, 0, 0)$ é:

- (A) O plano de equação $x = 4$
 (B) O plano de equação $y = 4$
 (C) A reta AB
 (D) A circunferência de raio $[AB]$

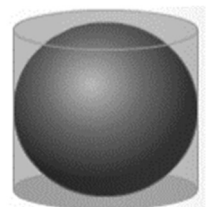
5. A secção que se obtém ao interseção a esfera definida por $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ pelo plano de equação $y = 2$ tem área:

- (A) 9π (B) 6π (C) 5π (D) 4π

6. Num referencial ortonormado $Oxyz$, a condição $(x - 2)^2 + y^2 + (z + 3)^2 \leq 16$ define uma esfera inscrita num cilindro.

Seja C o centro da esfera e h a altura do cilindro. Então:

- (A) $C(-2, 0, 3)$ e $h = 4$
 (B) $C(2, 0, -3)$ e $h = 4$
 (C) $C(2, 0, -3)$ e $h = 8$
 (D) $C(-2, 0, 3)$ e $h = 8$

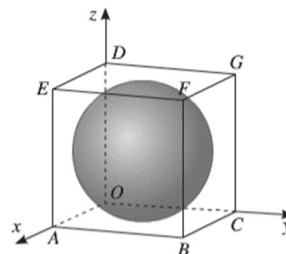


7. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere os pontos $P(0, 0, 4)$ e $Q(0, 4, 0)$.

Qual dos seguintes pontos pertence ao plano medidor do segmento de reta $[PQ]$?

- (A) $A(1, 0, 0)$ (B) $B(1, 2, 0)$ (C) $C(2, 1, 0)$ (D) $D(1, 0, 2)$

8. Num referencial o.n. $Oxyz$ esta representada uma superfície esférica inscrita num cubo. O cubo tem aresta 4 e as arestas $[OA]$, $[OC]$ e $[OD]$ estão contidas nos semieixos positivos Ox , Oy e Oz , respetivamente.



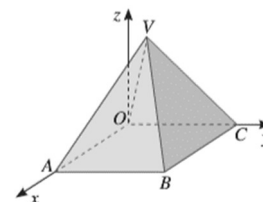
8.1. A equação cartesiana da superfície esférica é:

- (A) $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 + (z - 4)^2 = 4$
 (B) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$
 (C) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 4$
 (D) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 16$

8.2. Numa das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto pertencente a uma das arestas do cubo. Qual?

- (A) $(2, 3, 1)$ (B) $(2, 2, 4)$ (C) $(2, 4, 0)$ (D) $(0, 3, 3)$

9. No referencial o.n. $Oxyz$ está representada uma pirâmide quadrangular de altura 5. A base $[ABCO]$ tem área 16 e os pontos A e C pertencem aos semieixos positivos Ox e Oy , respetivamente. Qual das equações define um plano a que pertence o vértice V da pirâmide?

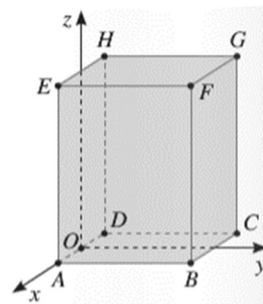


- (A) $y = x$ (B) $x = z$ (C) $y = 5$ (D) $x = 4$

RESPOSTA ABERTA

10. No referencial $Oxyz$ está representado um paralelepípedo reto:

- A face $[AEHD]$ está contida no plano $y = 0$;
- A origem do referencial é o ponto médio de $[AD]$;
- F tem coordenadas $(1, 3, 5)$ e A e D pertencem ao eixo Ox .



10.1. Indique as coordenadas dos outros vértices do paralelepípedo.

10.2. Escreva uma condição que defina:

- 10.2.1. O plano FGC ;
 10.2.2. A reta AB ;
 10.2.3. A aresta $[FG]$.

10.3. Determine uma equação reduzida da superfície esférica de centro em B e que passa por G .

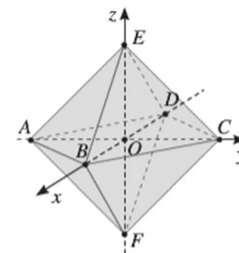
10.4. Determine uma equação do plano mediador de $[CE]$.

Apresente a equação na forma $ax + by + cz + d = 0$ em que a, b, c e d são números reais.

11. No referencial ortonormado da figura está representado um octaedro regular em que o quadrado $[ABCD]$ está centrado na origem do referencial e tal que o ponto B tem coordenadas $(4, 0, 0)$.

11.1. Determine a medida da aresta do octaedro.

11.2. Calcule uma equação do plano mediador de $[AF]$ e justifique que os pontos B e D lhe pertencem.



12. Considere, fixado um referencial o.n. do espaço, a superfície esférica de equação:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 8z + 12 = 0$$

12.1. Indique o centro C e o raio da superfície esférica.

12.2. Determine as expressões analíticas que definam a interseção da superfície esférica com cada um dos seguintes conjuntos de pontos:

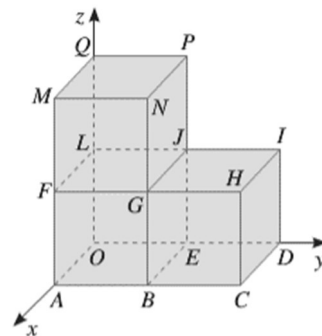
- 12.2.1. O eixo Oz ;
 12.2.2. O plano de equação $z = 4$;
 12.2.3. O plano de equação $y = -4$.

12.3. Prove que o ponto $A(0, 0, 2)$ pertence à superfície esférica e determine a inequação reduzida da esfera de centro A e raio AC .

13. No referencial ortonormado $Oxyz$ está representado um sólido constituído por três cubos.

Sabe-se que:

- Os cubos são geometricamente iguais, têm aresta 3 e as faces $[FGJL]$ e $[BEJG]$ são comuns a dois deles;
- As faces $[AOCD]$ e $[AOQM]$ estão contidas no plano xOy e xOz , respetivamente;
- O ponto Q pertence ao eixo Oz .



13.1. Escreva uma condição que defina:

- 13.1.1. O plano NPJ ;
- 13.1.2. A reta BN ;
- 13.1.3. O plano medidor de $[AC]$;
- 13.1.4. A esfera inscrita no cubo $[BCDEGHI]$.

13.2. Identifique o conjunto dos pontos definido pela condição:

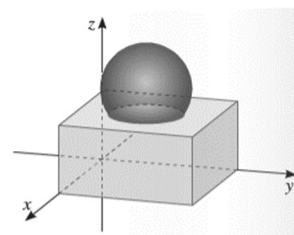
- 13.2.1. $x = \frac{3}{2}$
- 13.2.2. $x = 3 \wedge z = 6$
- 13.2.3. $x = 0 \wedge z = 3 \wedge 3 \leq y \leq 6$

14. Na figura está representado, num referencial ortonormado $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num prisma quadrangular regular e num sólido que é parte de uma esfera.

As duas partes em que o sólido representado pode ser decomposto têm em comum um círculo de raio 8, cujo centro é também o centro da base superior do prisma.

Sabe-se ainda que:

- Uma das arestas do prisma está contida no eixo Ox , outra no eixo Oy e outra no eixo Oz ;
- Um dos vértices do prisma tem coordenadas $(30, 30, 15)$;
- O ponto do sólido que tem cota máxima igual a 31.

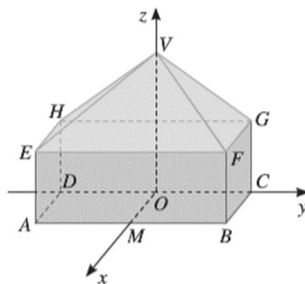


14.1. Defina, por meio de uma condição, a face do prisma que está contida no plano xOz .

14.2. Escreva uma equação do plano medidor da diagonal do prisma que tem a origem do referencial como um dos extremos. Apresente a sua resposta na forma $ax + by + cz + d = 0$ em que a, b, c e d designam números reais.

14.3. Determine o raio da esfera e as coordenadas do seu centro e escreva a sua inequação reduzida.

15. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um sólido formado por um paralelepípedo reto e uma pirâmide.



A base $[ABCD]$ do paralelepípedo está contida no plano xOy e a base da pirâmide coincide com a face superior do paralelepípedo, que está contida no plano de equação $z = 2$.

A aresta $[DC]$ está contida no eixo Oy , o ponto V pertence ao eixo Oz , $\overline{AM} = \overline{MB} = \overline{AD}$, $\overline{DB} = 3\sqrt{5}$ e $\overline{AB} > \overline{AD}$.

- 15.1. Justifique que o ponto E tem coordenadas $(3, -3, 2)$.
- 15.2. Determine uma equação cartesiana do plano medidor de $[GA]$.
- 15.3. Designando por h a cota do ponto V , mostre que o volume do sólido é $24 + 6h$.