Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Função módulo

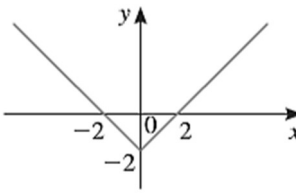
1. Defina analiticamente, por ramos, as funções reais de variável real seguintes:

1.1. $f(x) = |x - 2|$

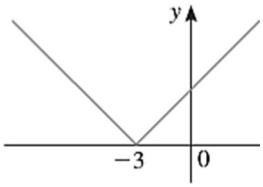
1.2. $g(x) = |1 - x|$

2. As funções representadas graficamente a seguir são do tipo $y = |x - a| + b$, em que a e b designam números reais. Indique para cada função o valor de a e de b

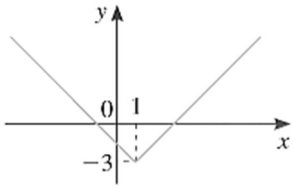
2.1.



2.2.



2.3.



3. De uma função real de variável real f sabe-se que:

- $f(x) = a|x - b| + c$, com a, b e c números reais;
- $D'_f =]-\infty, 1]$
- f é crescente em $]-\infty, 3]$ e decrescente em $[3, +\infty[$
- $f(5) = 0$

3.1. Esboce o gráfico de f.

3.2. Determine a, b e c.

4. Resolva as seguintes equações:

4.1. $|x| = 5$

4.2. $|x + 2| = 3$

4.3. $|x - 3| = -1$

4.4. $|x| = |2x - 4|$

5. Considere a função g definida por $g(x) = 5 - |x + 1|$.

5.1. Defina a função g sem usar o símbolo de módulo.

5.2. Represente graficamente a função g.

5.3. Determine o contradomínio de g.

5.4. Construa o quadro de variação da função g.

5.5. Indique um intervalo em que a função g seja negativa e decrescente.

6. Considere as funções reais de variável real definidas por:

$$f(x) = |x + 1| \qquad g(x) = |2x - 3| \qquad h(x) = |4x| + 3 \qquad i(x) = -1 - |1 + 5x|$$

6.1. Represente graficamente cada uma das funções.

6.2. Defina cada uma das funções sem recorrer ao símbolo de módulo.

7. Resolva cada uma das condições:

7.1. $|x^2 - 8| \leq 1$

7.2. $|x^2 - 5x| = 6$

7.3. $|x^2 - 1| - 3 \geq 0$

7.4. $3 - 2|-3 - 2x| \leq 0$

7.5. $3 - 2|-3 - 2x| \leq 0$

7.6. $5 + 3|x + 5| < 2$

7.7. $3 - \left|\frac{5x-3}{2}\right| < 4$

8. Considere a função f definida por $f(x) = 7 - |2 - x|$.

8.1. Defina a função f sem utilizar o símbolo de módulo.

8.2. Indique os zeros da função f.

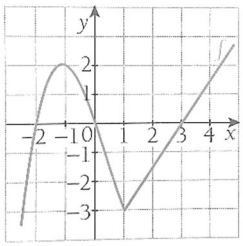
8.3. Represente graficamente a função f.

8.4. Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes condições:

8.4.1. $f(x) = 7$

8.4.2. $f(x) \leq 3$

9. Considere a função f representada ao lado.



9.1. Esboce o gráfico da função $y = |f(x)|$.

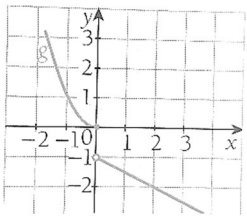
9.2. Em relação à função $y = |f(x)|$, indique:

9.2.1. O contradomínio;

9.2.2. Os zeros;

9.2.3. Os extremos.

10. Considere a função g representada graficamente na figura ao lado.



10.1. Represente graficamente a função $h(x) = g(|x|)$.

10.2. Indique, em relação à função $h(x) = g(|x|)$:

10.2.1. O domínio e o contradomínio;

10.2.2. Os zeros.

11. Considere a função f definida por $f(x) = -|x + 1| - 3$.

11.1. Defina por ramos a função f.

11.2. Represente graficamente $|f(x)|$ e $f(|x|)$.

11.3. Para cada uma das funções representadas na alínea anterior indique o contradomínio e os zeros.

Soluções

1.

1.1. $f(x) = \begin{cases} x-2 & se\ x \geq 2 \\ -x+2 & se\ x < 2 \end{cases}$

1.2. $g(x) = \begin{cases} -1+x & se\ x \geq 1 \\ 1-x & se\ x < 1 \end{cases}$

2.

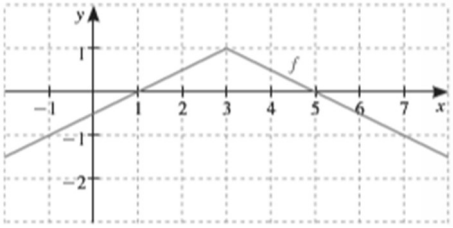
2.1. $a = 0, b = -2$

2.2. $a = -3, b = 0$

2.3. $a = 1, b = -3$

3.

3.1.



3.2. $a = -\frac{1}{2}, b = 3, c = 1$

4.

4.1. $C.S. = \{-5, 5\}$

4.2. $C.S. = \{-5, 1\}$

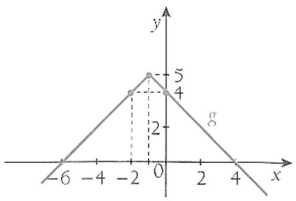
4.3. $C.S. = \{\ \}$, pois a função módulo é sempre positiva

4.4. $C.S. = \left\{\frac{4}{3}, 4\right\}$

5.

5.1. $g(x) = \begin{cases} x+6 & se\ x < -1 \\ -x+4 & se\ x \geq -1 \end{cases}$

5.2.



5.3. $D'_g =]-\infty, 5]$

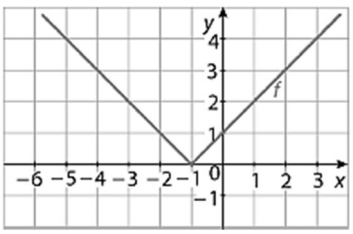
5.4.

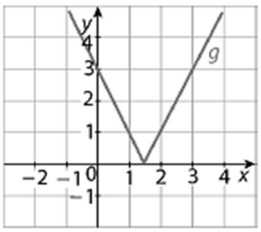
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$	↗	5	↖

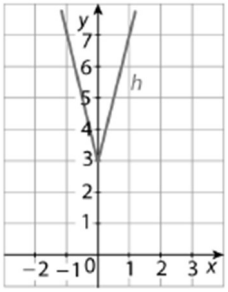
5.5. Por exemplo: $[5, 6]$

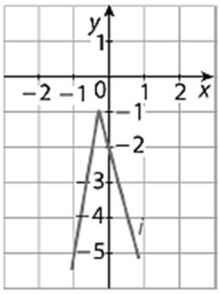
6.

6.1.









6.2.

$f(x) = \begin{cases} -x-1 & se\ x < -1 \\ x+1 & se\ x \geq -1 \end{cases}$

$g(x) = \begin{cases} -2x+3 & se\ x < \frac{3}{2} \\ 2x-3 & se\ x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$

$h(x) = \begin{cases} -4x+3 & se\ x < 0 \\ 4x+3 & se\ x \geq 0 \end{cases}$

$i(x) = \begin{cases} 5x & se\ x < -\frac{1}{5} \\ -2-5x & se\ x \geq -\frac{1}{5} \end{cases}$

7.

7.1. $C.S. = [-3, -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}, 3]$

7.2. $C.S. = \{-1, 2, 3, 6\}$

7.3. $C.S. =]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$

7.4. $C.S. = \left]-\infty, -\frac{9}{4}\right] \cup \left[-\frac{3}{4}, +\infty\right[$

7.5. $C.S. = \{\ \}$

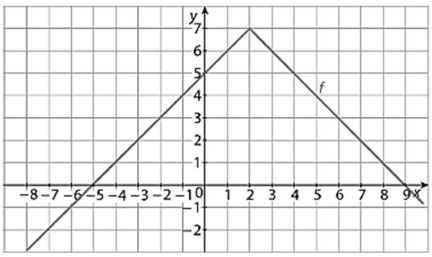
7.6. $C.S. = \mathbb{R}$

8.

8.1. $f(x) = \begin{cases} x+5 & se\ x \leq 2 \\ -x+9 & se\ x > 2 \end{cases}$

8.2. Zeros de f: $-5\ e\ 9$

8.3.



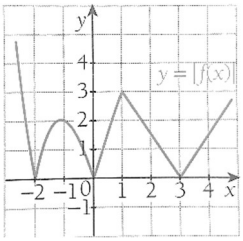
8.4.

8.4.1. $C.S. = \{2\}$

8.4.2. $C.S. =]-\infty, -2] \cup [6, +\infty[$

9.

9.1.



9.2.

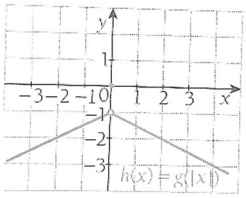
9.2.1. Contradomínio: $[0, +\infty[$

9.2.2. Zeros: $-2, 0, 3$

9.2.3. Mínimo absoluto: 0; máximos relativos: $2\ e\ 3$

10.

10.1.



10.2.

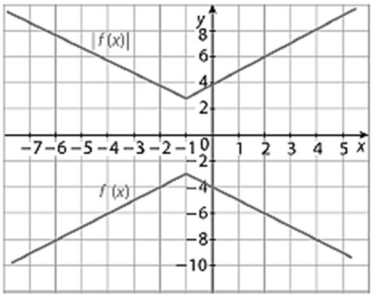
10.2.1. $D_h = \mathbb{R}$; $\quad D'_h =]-\infty, 1] \cup \{0\}$

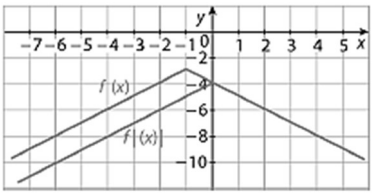
10.2.2. Zero: 0

11.

11.1. $f(x) = \begin{cases} -x-4 & se\ x \geq -1 \\ x-2 & se\ x < -1 \end{cases}$

11.2.





11.3. $|f(x)|$: $D' = [3, +\infty[$. A função não tem zeros.

$f(|x|)$: $D' =]-\infty, -4]$. A função não tem zeros.