Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

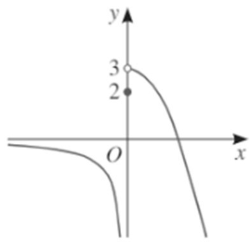
AVALIAR CONHECIMENTOS

ESCOLHA MÚLTIPLA

1. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função f de domínio $\mathbb{R}$, tal que $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$.

Considere a sucessão (a_n) de termo geral $a_n = -\frac{1}{n}$.

Indique o valor de $f(a_n)$.

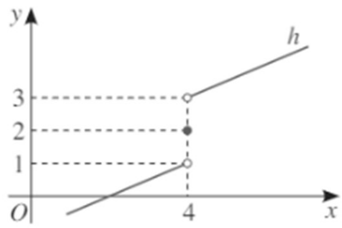


(A) $-\infty$
(B) 0
(C) 2
(D) 3

2. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função h de domínio $\mathbb{R}$.

Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = h\left(4 - \frac{1000}{n}\right)$.

Qual é o valor de $\lim(u_n)$?

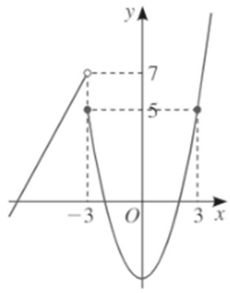


(A) $-\infty$
(B) 1
(C) 2
(D) 3

3. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função h de domínio $\mathbb{R}$, cuja restrição a $[-3, +\infty[$ é uma função quadrática.

Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim h(x_n) = 5$.

Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão (x_n)?

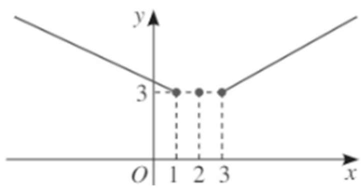


(A) $-3 + 2^{-n}$
(B) $5 + \frac{2}{n}$
(C) $\frac{-3n-1}{n}$
(D) $5 - 2^{-2}$

4. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função g de domínio $]-\infty, 1] \cup \{2\} \cup [3, +\infty[$.

Sabe-se que $g(1) = g(2) = g(3) = 3$.

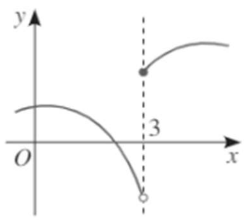
Qual das seguintes afirmações é falsa?



(A) Para qualquer $a \in D_g$, existe $\lim\limits_{x\to a} g(x)$
(B) $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = 3$
(C) $\lim\limits_{x\to} g(x) = g(2)$
(D) Não existe $\lim\limits_{x\to 2} g(x)$

5. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f real de variável real.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 0$
(B) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{1}{f(x)} = -\frac{1}{2}$
(C) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}$
(D) Não existe $\lim\limits_{x\to 3} \frac{1}{f(x)}$

6. Considere a função real de variável real definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2} & se\ x \neq -2 \\ a & se\ x = -2 \end{cases}$$

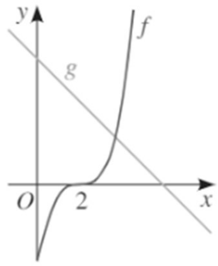
Em que a é um número real.

O valor de a para que exista $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$ é:

(A) -4 **(B)** -2 **(C)** 0 **(D)** 2

7. O valor de $\lim\limits_{x \to -3^+} \frac{2}{9-x^2}$ é:

(A) $-\infty$ **(B)** 0 **(C)** 2 **(D)** $+\infty$



8. Na figura ao lado estão representadas partes dos gráficos de duas funções reais de variável real, f e g.

Tal como a figura sugere, 2 é zero da função f.

Indique o valor de $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)}{g(x)}$.

(A) $-\infty$ **(C)** 2

(B) 0 **(D)** $+\infty$

9. Selecione a opção correta.

(A) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{x} = -1$ **(C)** $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{x} = 1$

(B) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{x} = 0$ **(D)** Não existe $\lim\limits_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$

10. Na figura ao lado estão representadas partes dos gráficos de duas funções f e g, polinomiais de graus 1 e 2, respetivamente.

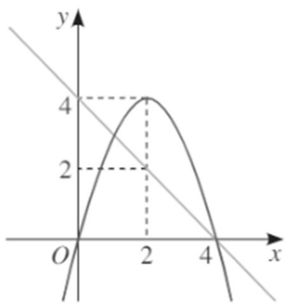
De acordo com os dados da figura, selecione a afirmação falsa.

(A) $\lim\limits_{x \to 2} (f \circ g)(x) = (f \circ g)(2)$

(B) $\lim\limits_{x \to 2} (f \circ g)(x) = f(4)$

(C) $\lim\limits_{x \to 2} (f \circ g)(x) = f(2)$

(D) $5 \lim\limits_{x \to 2} (f \circ g)(x) = 0$



Resposta Aberta

11. Considere a função racional f definida por

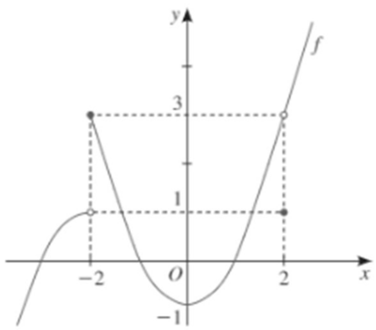
$$f(x) = \frac{x-1}{2x}$$

Utilize a definição de limite segundo Heine para provar que:

11.1. $\lim_{x \to 1} f(x) = 0$

11.2. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

12. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$.



12.1. Justifique que não existe $\lim_{x \to 2} f(x)$.

12.2. Considere as sucessões (a_n) e (b_n) de termos gerais

$$a_n = \frac{2-2n}{n} \qquad e \qquad b_n = -n^2 + 3n - 5$$

De acordo com os dados da figura, indique:

12.2.1. $\lim f(a_n)$

12.2.2. $\lim f(b_n)$

12.3. Considere a função racional g definida por $g(x) = \frac{x^3-x}{x^3-3x-2}$.

Determine $\lim_{x \to 0} (g \circ f)(x)$.

13. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida analiticamente por:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{6}{x+4} & se\ x < -4 \\ 5 - 3x & se - 4 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} & se\ x > 1 \end{cases}$$

13.1. Averigue se existe $\lim_{x \to 1} g(x)$ e $\lim_{x \to -4} g(x)$.

13.2. Determine $\lim_{x \to +\infty} g(x)$.

13.3. Justifique que $\lim_{x \to -\infty} [g(x) \times (2\cos x)] = 0$.

14. Seja h a função real de variável real de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} ax^2 + x & se\ x \leq 1 \\ \dfrac{x^3-1}{x^2-1} & se\ 1 < x < 2 \\ 1 - bx & se\ x \geq 2 \end{cases}$$

em que a e b designam números reais.

Determine:

14.1. O valor de a de modo que exista $\lim_{x \to 1} h(x)$.

14.2. O valor de b de modo que exista $\lim_{x \to 2} h(x)$.

15. Seja f uma função racional tal que $f(x) = \frac{p(x)}{2x^2-2}$, em que p é um polinómio.

15.1. Indique o grau de p de modo que:

15.1.1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

15.1.2. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ não seja um número real

16. Determine:

16.1. $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 + 5x - 20)$

16.2. $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 - 2x)$

16.3. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4x^2-5}{5x^2-2}$

16.4. $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x-4}{x^2-7x+12}$

16.5. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{2x^2+2}}{5x-1}$

16.6. $\lim\limits_{x \to a^-} \frac{x^3+2x-a^3-2a}{(x-a)^2}$ $(a \in \mathbb{R})$

16.7. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[\frac{5}{2x} \times (x^2+1)\right]$

16.8. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}$

16.9. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-2x}{x-\sqrt{x}}$

16.10. $\lim\limits_{x \to 2^-} \frac{3}{x^2-2x}$

16.11. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^4-2x+4}{x^2+x}$

16.12. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{|x^2-4|}{2x+1}$

16.13. $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{6x^2+3}{2x^4}$

16.14. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{5+x}-\sqrt{5}}{x}$

16.15. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\frac{2}{x}}{\frac{5}{x+1}}$

16.16. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1}\right)$

16.17. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$

16.18. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{|2x-1|}{\sqrt{2x^2-5x+2}}$