

Nome do aluno

Nº

Data

/ / 20

Equações vetoriais no espaço: posição relativa de dois planos

1. Num referencial ortonormado $Oxyz$, o plano γ é definido pela equação:

$$x - y + 3z - 5 = 0$$

- 1.1. Determine as coordenadas do ponto de interseção do plano γ com o eixo Ox .
 1.2. Escreva uma condição que defina a reta perpendicular a γ e que passa por $A(0, -1, 6)$.
 1.3. Determine uma equação cartesiana do plano paralelo a γ e que passa no ponto de coordenadas $(1, 1, 1)$.

2. Considere, num referencial ortonormado $Oxyz$, os planos definidos pelas seguintes equações:

$$\alpha: x + y + z = 10$$

$$\delta: 3x + 3y + 3z = 4$$

$$\beta: -2x - 2y - 2z = -20$$

$$\mu: 2x + 2y - 2z = 10$$

Indique, justificando, quais destes planos são paralelos e quais são coincidentes.

3. Considere os planos definidos, em determinado referencial o.n. do espaço, pelas equações:

$$\alpha: x + 2y + z = 10$$

$$\delta: -x - y + 2z = 4$$

$$\beta: x + y - 2z = 5$$

$$\mu: 2x + 2y - 4z = -8$$

Indique, caso seja possível, um par de planos cuja interseção seja:

3.1. Um plano.

3.2. Uma reta.

3.3. O conjunto vazio.

4. Averigue, em cada alínea, se os planos definidos, num referencial o.n., pelas seguintes equações são perpendiculares:

4.1. $\alpha: 3x - 4y + z = 2$

$\beta: 4x + 3y = 3$

4.2. $\alpha: -2x + y - 3z = 0$

$\beta: 4x + y - z = 11$

5. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGO]$.

A face $[OGCD]$ está contido no plano yOz e os pontos E , G e D têm coordenadas $(\sqrt{10}, 0, 0)$, $(0, 3, 1)$ e $(0, -1, 3)$, respetivamente.

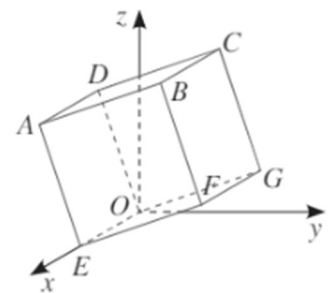
5.1. Mostre que a equação $-y + 3z = 0$ define o plano OEG .

5.2. Determine uma condição que defina:

5.2.1. O plano ABC .

5.2.2. O plano BCF .

5.2.3. A reta FG .



Soluções

1.

1.1. $I(5, 0, 0)$

1.2. $(x, y, z) = (0, -1, 6) + k(1, -1, 3), k \in \mathbb{R}$

1.3. $x - y + 3z - 3 = 0$

2. α e β são coincidentes e δ é paralelo a α e β .

3.

3.1. δ e μ , pois são plano coincidentes

3.2. α e β , pois são planos concorrentes

3.3. β e μ , pois são planos paralelos

4.

4.1. Os planos α e β são perpendiculares.

4.2. Os planos α e β não são perpendiculares.

5.

5.1. ---

5.2.

5.2.1. $-y + 3z - 10 = 0$

5.2.2. $-3y - z + 10 = 0$

5.2.3. $-3y - z + 10 = 0 \wedge -y + 3z = 0$