Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Resolução de problemas

1. Determine, analiticamente, as coordenadas do ponto de interseção das retas r e s definidas, respetivamente, por:

$$3x + y = 1$$

e

$$\begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ 2y = 3 - \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

2. Considere, num plano munido de um referencial o.n., as retas r, s e p, definidas, respetivamente, por:

$$2x + 3y = 1$$

$$(x, y) = (1, 5) + t(6, 4), t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = \lambda \\ 3y = 1 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$$

2.1. Determine os pontos em que a reta r interseta os eixos coordenados.

2.2. Determine a ordenada do ponto da reta r que tem abcissa 3.

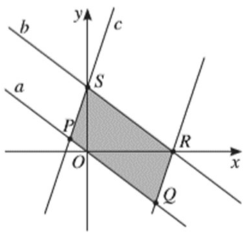
2.3. Justifique que o ponto de coordenadas $(-2, -1)$ pertence à reta p.

2.4. Indique, para cada umas das retas, um vetor diretor.

2.5. Escreva a equação reduzida da reta s.

2.6. Indique, de entre r, s e p, eventuais pares de retas paralelas.

3. Considere, num referencial o.n. do plano, a reta a definida por $(x, y) = t(-4, 3), t \in \mathbb{R}$.



3.1. Determine a equação reduzida da reta b, paralela a a, que interseta o eixo Oy no mesmo ponto que a reta c, de equação $3x - y + 3 = 0$.

3.2. Determine para que valores de k o ponto $P\left(k, k^2 - \frac{5}{2}\right)$ pertence à reta a.

3.3. Na figura estão representados num referencial ortonormado as retas a, b e c e o paralelogramo $[PQRS]$.
Os pontos R e S são as interseções da reta b com os eixos Ox e Oy, respetivamente.
O ponto P é a interseção de a e c.
O ponto Q é o outro vértice do paralelogramo.

3.3.1. Defina por uma condição o paralelogramo.

3.3.2. Calcule a área e o perímetro de $[PQRS]$.

4. Determine uma equação vetorial da reta:

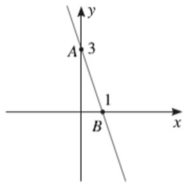
4.1. De declive -1 e que passa pelo ponto $(0, -3)$.

4.2. Com a direção de $\vec{u}(3, 1)$ e que passa pelo ponto $(-1, -1)$;

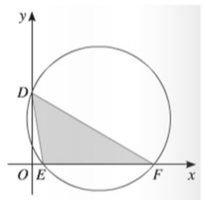
4.3. Paralela ao eixo Ox e que passa pelo ponto $(2, -3)$;

4.4. PQ, em que $P(-1{,}3)$ e $Q(2{,}1)$.

5. Determine a equação reduzida da reta AB representada na figura e verifique se o ponto $C(15, -49)$ pertence à reta.



6. Considere, num referencial o.n. do plano, um ponto A, a circunferência de centro A, definida pela equação $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$, os pontos E e F, de interseção da circunferência com o eixo Ox, e o ponto D, de interseção da circunferência com o eixo Oy e de ordenada superior à do ponto A.



6.1. Determine as coordenadas de D, E e F.

6.2. Determine a equação da reduzida da reta DF.

6.3. Calcule a área do triângulo $[DEF]$.

7. Determine para que valores reais de k, o ponto $P = (k, k^2)$ pertence à reta de equação $2x + 3y = 5$.

8. Considere, num plano munido de um referencial o.n., a circunferência definida pela equação $x^2 + y^2 = 10$ e o ponto $P(0, -10)$.
Determine a equação reduzida de cada uma das retas que, passando por P, são tangentes à circunferência.

Soluções

1. $\left(-\frac{6}{11},\frac{29}{11}\right)$
2.
   2.1. $\left(\frac{1}{2},0\right)$ e $\left(0,\frac{1}{3}\right)$
   2.2. $y=-\frac{5}{3}$
   2.3. ---
   2.4. $r:\vec{u}=\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$, $s:\vec{v}=\left(1,\frac{2}{3}\right)$
   2.5. $y=\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$
   2.6. $s\parallel p$
3.
   3.1. $y=-\frac{3}{4}x+3$
   3.2. $k=\frac{5}{4}$ ou $k=-2$
   3.3.
      3.3.1. $y\leq 3x+3 \ \wedge\ y\geq 3x-12 \ \wedge\ y\leq -\frac{3}{4}x+3 \ \wedge\ y\geq -\frac{3}{4}x$
      3.3.2. $A=12\ u.a.; P=\frac{8\sqrt{10}}{5}+10\ u.c.$
4.
   4.1. $(x,y)=(0,-3)+t(1,-1), t\in\mathbb{R}$
   4.2. $(x,y)=(-1,-1)+t(3,1), t\in\mathbb{R}$
   4.3. $(x,y)=(2,-3)+t(1,0), t\in\mathbb{R}$
   4.4. $(x,y)=(-1,3)+t(3,-2), t\in\mathbb{R}$
5. $y=-3x+3$; o ponto C não pertence à reta AB
6.
   6.1. $D(0,3)$; $E(3-\sqrt{6},0)$; $F(3+\sqrt{6},0)$
   6.2. $y=(\sqrt{6}-3)x+3$
   6.3. $3\sqrt{6}\ u.a.$
7. $k=1$; $k=-\frac{5}{3}$
8. $y=-3x-10$ e $y=3x-10$