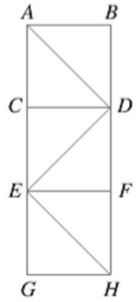
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Operações com vetores



1. Na figura estão representados seis triângulos geometricamente iguais.
Complete de modo a obter proposições verdadeiras:

1.1. $H + \overrightarrow{DB} = \square$

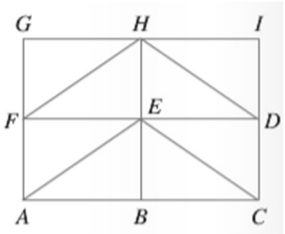
1.2. $\square + \overrightarrow{DF} = G$

1.3. $G + \square = E$

1.4. $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF} = \square$

1.5. $\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{ED} = \square$

2. Na figura estão representados oito triângulos retângulos geometricamente iguais, em que os catetos de cada triângulo medem 3 e 4 cm.



2.1. Complete de modo a obter proposições verdadeiras:

2.1.1. $A + \overrightarrow{AF} = \square$

2.1.2. $D + \overrightarrow{CE} = \square$

2.1.3. $\square + \overrightarrow{AE} = H$

2.1.4. $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF} = \square$

2.1.5. $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC} = \square$

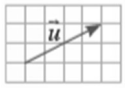
2.1.6. $-\overrightarrow{HG} = \square$

2.1.7. $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DF} = \square$

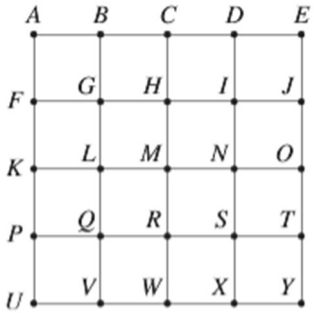
2.2. Mostre, apresentando um contraexemplo, que a seguinte proposição é falsa:

$$\forall\, \vec{u}, \vec{v}, \|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$$

3. Considere o vetor $\vec{u}$ representado na figura.
Esboce os vetores $2\vec{u}$, $-\vec{u}$, $\frac{3}{2}\vec{u}$ e $-3\vec{u}$.



4. Na figura estão representados dezasseis quadrados geometricamente iguais. Complete:



4.1. $\overrightarrow{AE} = \square\, \overrightarrow{GH}$

4.2. $\overrightarrow{PQ} = \square\, \overrightarrow{RT}$

4.3. $\overrightarrow{OR} = \square\, \overrightarrow{JP}$

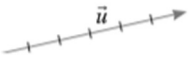
4.4. $\overrightarrow{DE} = \square\, \overrightarrow{ED}$

4.5. $\overrightarrow{PR} = \square\, \overrightarrow{TQ}$

4.6. $\overrightarrow{AL} = \square\, \overrightarrow{WL}$

4.7. $\overrightarrow{EU} = \square\, \overrightarrow{XT}$

5. Considere o vetor $\vec{u}$:
Represente:



5.1. Os vetores:

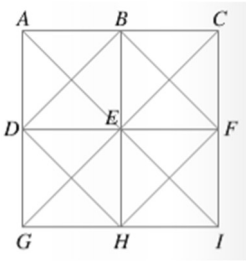
5.1.1. $-\vec{u}$

5.1.2. $-\frac{2}{3}\vec{u}$

5.1.3. $\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{u}$

5.2. Todos os vetores $\vec{w}$, colineares com $\vec{u}$, tais que $\|2\vec{w}\| = \|\vec{u}\|$.

6. Considere a figura ao lado. Determine:



6.1. $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EG}$

6.2. $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{IH}$

6.3. $\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{BC}$

6.4. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BF}$

6.5. $\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{CH}\right)$

7. Seja $4\vec{u} = 7\vec{v}$.
Determine k, de modo que:

7.1. $\vec{u} = k\vec{v}$

7.2. $\vec{v} = (k+1)\vec{u}$

8. Simplifique:

$3\vec{u} - 4\vec{v} - \frac{1}{2}(\vec{u} - \vec{v})$

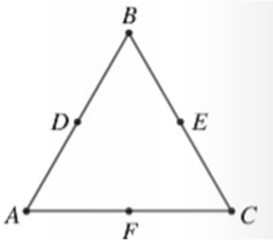
9. Sejam $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tais que:

$$\vec{a} = 2\vec{u} - 4\vec{v} \qquad e \qquad \vec{b} = -\vec{u} + \frac{1}{2}(\vec{u} - 4\vec{v}) + 3\vec{v}$$

9.1. Indique o valor lógico da proposição: $\exists\, k \in \mathbb{R}: \vec{b} = k\vec{a}$.

9.2. O que pode afirmar sobre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$?

10. Na figura está representado um triângulo equilátero $[ABC]$. Os pontos D, E e F são os pontos médios dos lados do triângulo. A área do triângulo $[ABC]$ é igual a 16.
Sejam X, Y e Z três pontos.
Sabe-se que:



- $X = B - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- $Y = C - \overrightarrow{DF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FA}$
- $Z = A - 2\left(\overrightarrow{CF} + \frac{3}{4}\overrightarrow{DF}\right)$

Determine a área do triângulo $[XYZ]$

Soluções

1.

1.1. $H + \overrightarrow{DB} = F$

1.2. $E + \overrightarrow{DF} = G$

1.3. $G + \overrightarrow{GE} = E$

1.4. $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{HF}$

1.5. $\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{HB}$

2.

2.1.

2.1.1. F

2.1.2. H

2.1.3. F

2.1.4. $\overrightarrow{HF}$

2.1.5. $\vec{0}$

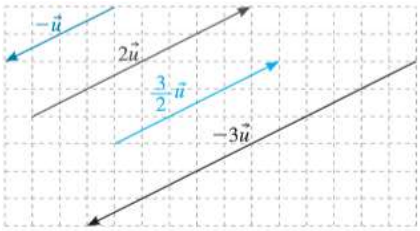
2.1.6. $\overrightarrow{GH}$

2.1.7. $\overrightarrow{AF}$

2.2. Por exemplo, $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}\| = \|\overrightarrow{AE}\| = 5$ e $\|\overrightarrow{AB}\| + \|\overrightarrow{BE}\| = 4 + 3 = 7$

Logo, a proposição é falsa.

3.



4.

4.1. 4

4.2. $\frac{1}{2}$

4.3. $\frac{1}{2}$

4.4. -1

4.5. $-\frac{2}{3}$

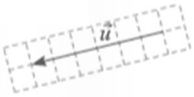
4.6. -1

4.7. -4

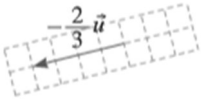
5.

5.1.

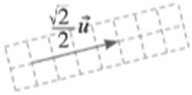
5.1.1.



5.1.2.



5.1.3.



5.2.

6.

6.1. $\overrightarrow{AE}$

6.2. $\overrightarrow{HI}$

6.3. $\vec{0}$

6.4. $\vec{0}$

6.5. $\overrightarrow{AD}$

7.

7.1. $k = \frac{7}{4}$

7.2. $k = -\frac{3}{7}$

8. $\frac{5}{2}\vec{u} - \frac{7}{2}\vec{v}$

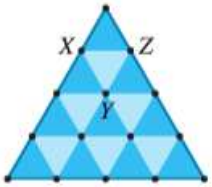
9.

9.1. $se\ -\frac{1}{2} = 2k \Leftrightarrow k = -\frac{1}{4}$. Logo, a proposição é verdadeira.

9.2. São colineares.

10. X é o ponto médio de $[BD]$

Y é o ponto médio de $[DE]$

Z é o ponto médio de $[BE]$

Área: $1\ u.a.$