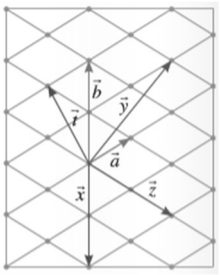
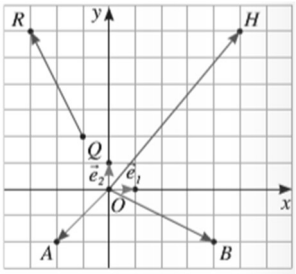
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Coordenadas de um vetor

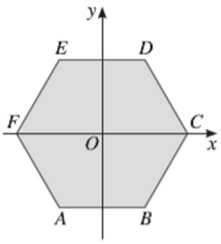
1. Na figura abaixo estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ e $\vec{t}$.
Escreva os vetores $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ e $\vec{t}$ na forma $u_1\vec{a} + u_2\vec{b}$, em que u_1 e u_2 são números reais.



2. Na figura estão representados em referencial ortonormado do plano alguns vetores.
Indique, nesse referencial, as coordenadas de $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OH}$ e $\overrightarrow{QR}$.



3. No referencial ortonormado da figura está representado um hexágono regular de centro na origem do referencial e tal que C tem coordenadas $(3, 0)$.



Determine as coordenadas de:
   3.1. $\overrightarrow{OC}$
   3.2. $\overrightarrow{OD}$
   3.3. $\overrightarrow{OA}$
   3.4. $\overrightarrow{DE}$
   3.5. $\overrightarrow{BC}$

4. Considere, num referencial ortonormado, os vetores $\vec{u}(3, -2)$ e $\vec{v}(-1, 5)$. Determine as coordenadas de:
   4.1. $\vec{u} + \vec{v}$
   4.2. $-2\vec{u}$
   4.3. $3\vec{u} - 2\vec{v}$
   4.4. $-\vec{u} - \vec{v}$
   4.5. $\frac{1}{2}(\vec{u} - \vec{v})$
   4.6. $3\left(-4\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}\right)$

5. Considere, num referencial ortonormado, os vetores $\vec{u}(2, 5)$ e $\vec{v}(4,1)$. Determine as coordenadas de um vetor $\vec{w}$, tal que $\vec{w} - 3\vec{u} = \vec{v}$.

6. Escreva o vetor $\vec{w}(1,9)$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}(-1, 3)$ e $\vec{v}(2, 0)$.

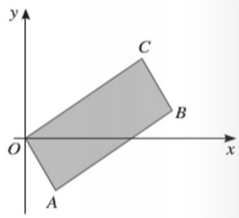
7. Averigue se os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares:
   7.1. $\vec{u}(-5, 15)$ e $\vec{v}(-3, 9)$
   7.2. $\vec{u}(-2, 3)$ e $\vec{v}(4, 6)$
   7.3. $\vec{u}(0, 1)$ e $\vec{v}(1,0)$
   7.4. $\vec{u}(0, 2)$ e $\vec{v}(0, 3)$

8. Considere os vetores $\vec{u}(-1, 2)$ e $\vec{v}(3, x)$. Determine o valor de x, tal que:
   8.1. $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares;
   8.2. $2\vec{u} + \frac{5}{3}\vec{v}$ tenham coordenadas $(3, -1)$.

9. Num plano munido de um referencial o.n., determine, se existir, um número real k tal que os vetores $\vec{u}(1, k + 1)$ e $\vec{v}(2k + 1, 6)$ sejam colineares e com o mesmo sentido.

10. Considere, num referencial o.n., os pontos $A(2, -1)$. $B(-3, 4)$ e $C\left(0, \frac{1}{3}\right)$. Determine as coordenadas dos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{CB}$.

11. Na figura está representado um paralelogramo $[OABC]$, em que $A(1, -2)$ e $C(4, 3)$.



   11.1. Determine as coordenadas de $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AC}$.
   11.2. Determine as coordenadas do vértice B do paralelogramo.

12. Determine as normas dos seguintes vetores:
   12.1. $\vec{u}(1, -7)$
   12.2. $\overrightarrow{AB}$, em que $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ e $B\left(2, -\frac{2}{3}\right)$

13. Determine um vetor $\vec{u}$ de norma 5 colinear ao vetor $\vec{v}(36, -27)$.

Soluções

1. $\vec{x} = 0\vec{a} - \vec{b}; \vec{y} = 2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}; \vec{z} = 2\vec{a} - \vec{b}; \vec{t} = -\vec{a} + \vec{b}$
2.
   - 2.1. $\overrightarrow{OA} = (-2, -2)$
   - 2.2. $\overrightarrow{OB} = (4, -2)$
   - 2.3. $\overrightarrow{OH} = (5, 6)$
   - 2.4. $\overrightarrow{QR} = (-2, 4))$
3.
   - 3.1. $(3, 0)$
   - 3.2. $\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$
   - 3.3. $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$
   - 3.4. $(-3, 0)$
   - 3.5. $\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$
4.
   - 4.1. $(2, 3)$
   - 4.2. $(-6, 4)$
   - 4.3. $(11, -16)$
   - 4.4. $(-2, -3)$
   - 4.5. $\left(2, -\frac{7}{2}\right)$
   - 4.6. $(-38, 34)$
5. $\vec{w}(10, 16)$
6. $\vec{w} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$
7.
   - 7.1. $(-5, 15) = \frac{5}{3}(-3, 9)$. Logo, os vetores são colineares.
   - 7.2. Os vetores não são colineares.
   - 7.3. Os vetores não são colineares.
   - 7.4. $(0, 2) = \frac{2}{3}(0, 3)$. Logo, os vetores são colineares.
8.
   - 8.1. $x = -6$
   - 8.2. $x = -3$
9. $k = 1$
10. $\overrightarrow{AB} = (-5, 5); \overrightarrow{AC} = \left(-2, \frac{4}{3}\right); \overrightarrow{CB}\left(-3, \frac{11}{3}\right)$
11.
   - 11.1. $(7, 8)$
   - 11.2. $(5, 1)$
12.
   - 12.1. $5\sqrt{2}$
   - 12.2. $\frac{\sqrt{586}}{6}$
13. $(4, -3)$ ou $(-4, 3)$