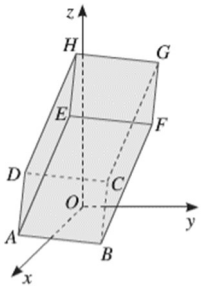
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

## Ponto médio de um segmento de reta no espaço

1. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.
As coordenadas dos pontos $A$, $B$ e $C$ são $(11,-1,2)$, $(8,5,0)$ e $(6,9,15)$, respetivamente.




   1.1. Determine as coordenadas do ponto $H$ e do ponto médio de $[AG]$.
   1.2. Escreva uma equação que defina a superfície esférica com centro no ponto $A$ e que passa no ponto $B$.
   1.3. Escreva uma equação do plano mediador de $[AG]$. Apresente a sua resposta na forma $ax+by+cz+d=0$, onde $a$, $b$ e $c$ designam números reais.
   1.4. Calcule o volume do prisma.

2. Determine as coordenadas do ponto médio de $[AB]$ em que:
   2.1. $A(-4,7,1)$ e $B(3,-1,-2)$
   2.2. $A(\sqrt{2},0,-1)$ e $B\left(-\sqrt{8},-2,\frac{3}{2}\right)$

3. Escreva a equação reduzida da superfície esférica de diâmetro $[AB]$, sendo $A$ e $B$ os pontos de coordenadas $(1,2,1)$ e $(-3,2,3)$, respetivamente.

4. Seja $M(2,-4,5)$ o ponto médio de $[AB]$, em que $A(5,2,0)$. Determine as coordenadas de $B$.

5. Considere num referencial o.n., os pontos $P(4,-1,6)$ e $Q(0,-3,8)$ e o vetor $\vec{v}\left(\frac{1}{2},3,-5\right)$. Determine a norma de:
   5.1. $\overrightarrow{PQ}$ 5.2. $\vec{v}+\overrightarrow{QP}$ 5.3. $3\left(\overrightarrow{PQ}-\vec{v}\right)$

6. A figura representa o cubo $[ABCDEFGH]$ em referencial o.n. $Oxyz$ (o vértice $H$ não está visível).
Os pontos $A$, $D$ e $E$ têm coordenadas $(3,5,3)$, $(-3,3,6)$ e $(1,2,-3)$, respetivamente.
   6.1. Determine as coordenadas do ponto $H$.
   6.2. Determine o volume do cubo.

**Soluções**

1.
   1.1. $H(9,3,17)$; ponto médio de $[AG]$: $\left(\frac{17}{2},4,\frac{17}{2}\right)$
   1.2. $(x-11)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=49$
   1.3. $-5x+10y+13z-108=0$
   1.4. $686\ u.v.$
2.
   2.1. $\left(-\frac{1}{2},3,-\frac{1}{2}\right)$
   2.2. $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},-1,\frac{1}{4}\right)$
3. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=5$
4. $(-1,-10,10)$
5.
   5.1. $2\sqrt{6}$
   5.2. $\frac{\sqrt{377}}{2}$
   5.3. $\frac{3\sqrt{377}}{2}$
6.
   6.1. $(-5,0,0)$
   6.2. $343\ u.v.$