

Nome do aluno

Nº

Data

/ / 20

## Triângulo de Pascal

1. Indique o número de elementos e determine a soma de todos os elementos da linha 10 do triângulo de Pascal.
2. Sabendo que numa determinada linha do triângulo de Pascal o produto dos dois primeiros elementos é 15, qual é o valor do 3º elemento dessa linha?
3. A soma de todos os elementos de uma linha do triângulo de Pascal é 4096. Determine:
  - 3.1. A soma de todos os elementos da linha seguinte.
  - 3.2. A soma de todos os elementos das linhas anteriores.
4. Os três primeiros elementos de uma determinada linha do triângulo de Pascal são, respetivamente, 1, 20 e 190.
  - 4.1. Qual é o sexto elemento dessa linha?
  - 4.2. Quais são os três últimos elementos da linha seguinte?
5. Numa certa linha do triângulo de Pascal, o segundo elemento é 2017.  
Quantos elementos dessa linha são superiores a 10 milhões?
6. Considere uma linha do triângulo de Pascal em que os quatro primeiros e os quatro últimos elementos estão designados por letras do seguinte modo:

$$a \quad b \quad c \quad d \quad \dots \quad e \quad f \quad g \quad h$$

Sabendo que  $a + b = 17$ , determine os valores de  $a, b, c, d, e, f, g$  e  $h$ .

## Soluções

1.

A linha 10 do triângulo de Pascal tem  $10 + 1 = 11$  elementos.  
A soma de todos os elementos da linha é  $2^{10} = 1024$ .

2.

Se o produto dos dois primeiros elementos de uma determinada linha é 15, estamos na linha 15, da forma:

$$\frac{1}{\binom{15}{0}} \quad \frac{15}{\binom{15}{1}} \quad ?$$

Assim, o terceiro elemento será  ${}^{15}C_2 = 105$ .

3.

3.1.

A soma dos elementos da linha  $n$  do triângulo de Pascal é  $2^n$ .

$2^n = 4096 \Rightarrow n = 12$ . Logo, trata-se da linha 12.

$n = 13$ ,  $2^{13} = 8192$

3.2.

$$2^{11} + 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 4095$$

4.

4.1.

Se os três primeiros elementos são 1, 20 e 190, trata-se da linha 20, da forma:

$$\frac{1}{\binom{20}{0}} \quad \frac{20}{\binom{20}{1}} \quad \frac{190}{\binom{20}{2}}$$

Assim, o sexto elemento será  ${}^{20}C_5 = 15\,504$

4.2.

Pela fórmula de Pascal, os três primeiros elementos da linha seguinte serão 1, 21 e 210. Pela lei da simetria, os três últimos elementos da linha seguinte serão 210, 21, 1.

5.

Se o segundo elemento é 2017, trata-se da linha 2017, e os elementos desta linha são da forma  ${}^{2017}C_p$ ,  $0 \leq p \leq 2017$ .

A linha 2017 tem 2018 elementos e

$${}^{2017}C_0 = 1$$

$${}^{2017}C_1 = 2017$$

$${}^{2017}C_2 = 2\,033\,136$$

$${}^{2017}C_3 = 1\,365\,589\,680 \text{ (>10 milhões)}$$

Os três primeiros elementos e os três últimos elementos da linha 2017 são inferiores a 10 milhões. Assim, esta linha tem  $2018 - 6 = 2012$  elementos superiores a 10 milhões.

6.

Se  $a + b = 17$ , então:  $a = 1$  e  $b = 16$ , o que significa que a linha parcialmente representada é a linha 16.

Sendo assim,

$$c = {}^{16}C_2 = 120$$

$$d = {}^{16}C_3 = 560$$

e, por simetria:

$$e = 560$$

$$f = 120$$

$$g = 16$$

$$h = 1$$