

Nome do aluno

Nº

Data

/ / 20

Propriedades das combinações

1. Na pizzeria Roma cada cliente pode escolher para a sua piza três ou quatro ingredientes de entre os seguintes: cogumelos, fiambre, camarão, atum, ananás, queijo, frango e azeitonas.
 - 1.1. De quantas formas pode um cliente escolher os ingredientes da sua piza neste estabelecimento.
 - 1.2. Sabendo que a piza que o Rafael irá escolher ter de ter ananás e atum, de quantas maneiras pode escolher os ingredientes da sua piza?

2. Resolva as equações:
 - 2.1. ${}^{15}C_x = {}^{15}C_9$
 - 2.2. ${}^{20}C_{x+2} = {}^{20}C_{14-2x}$
 - 2.3. ${}^xC_6 = {}^xC_4$

3. Um conjunto A é formado por 12 elementos.
 - 3.1. Quantos subconjuntos de 3 elementos é possível formar com os elementos do conjunto A? E com 5 elementos?
 - 3.2. Qual é o número de subconjuntos que é possível formar com os elementos de A?

4. Sabendo que:
 - ${}^{n+1}C_{p+1} = 28$
 - ${}^{n+1}C_{p+2} = 56$Calcule:
 - 4.1. ${}^{n+2}C_{p+2}$
 - 4.2. ${}^nC_{p+2} - {}^nC_p$

5. Determine o valor de n tal que:
 - 5.1. ${}^{2n}C_n + {}^{2n}C_{n+1} = {}^{2n+1}C_5$
 - 5.2. ${}^{5n-15}C_{2n} + {}^{5n-15}C_{2n+1} = {}^{5n-14}C_{n-1}$

Soluções

1.

1.1.

Devemos considerar duas situações: o cliente escolhe três ingredientes ou o cliente escolhe quatro ingredientes dos oito disponíveis. Temos, então:

- 3 ingredientes: ${}^8C_3 = 56$ maneiras diferentes
- 4 ingredientes: ${}^8C_4 = 70$ maneiras diferentes

O cliente pode, então, escolher $56 + 70 = 126$ formas diferentes de piza.

1.2.

Voltemos a considerar as mesmas duas situações:

- 3 ingredientes: ${}^2C_2 \times {}^6C_1 = 6$
- 4 ingredientes: ${}^2C_2 \times {}^6C_2 = 15$

em que 6C_1 e 6C_2 é o número de formas de escolher um e dois ingredientes, respetivamente, de entre os seis diferentes de ananás e atum.

Então, vai ter $6 + 15 = 21$ maneiras diferentes.

2.

2.1. ${}^{15}C_x = {}^{15}C_9 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 15 - 9 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 6$ C.S. = {6, 9}

2.2.

$${}^{20}C_{x+2} = {}^{20}C_{14-2x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = 14 - 2x \vee x + 2 = 20 - (14 - 2x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = 12 \vee x + 2 = 20 - 14 + 2x \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4$$
 C.S. = {4}

2.3. ${}^xC_6 = {}^xC_4 \Leftrightarrow 6 = x - 4 \Leftrightarrow x = 10$ C.S. = {10}

3.

3.1.

${}^{12}C_3 = 220$ subconjuntos de 3 elementos

${}^{12}C_5 = 792$ subconjuntos de 5 elementos

3.2. $2^{12} = 4096$ subconjuntos com os elementos de A .

4.

4.1. ${}^{n+2}C_{p+2} = {}^{n+1}C_{p+1} + {}^{n+1}C_{p+2} = 28 + 56 = 84$

4.2.

Nota: ${}^nC_{p+1} + {}^nC_{p+2} = {}^{n+1}C_{p+2} \Leftrightarrow {}^nC_{p+2} = {}^{n+1}C_{p+2} - {}^nC_{p+1}$

$${}^nC_{p+2} - {}^nC_p = {}^{n+1}C_{p+2} - {}^nC_{p+1} - {}^nC_p =$$

$$= {}^{n+1}C_{p+2} - {}^{n+1}C_{p+1} =$$

$$= 56 - 28 = 28$$

5.

5.1.

$${}^{2n}C_n + {}^{2n}C_{n+1} = {}^{2n+1}C_5 \Leftrightarrow {}^{2n+1}C_{n+1} = {}^{2n+1}C_5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n + 1 = 5 \vee n + 1 = 2n + 1 - 5 \Leftrightarrow n = 4 \vee n = 5$$

5.2.

$${}^{5n-15}C_{2n} + {}^{5n-15}C_{2n+1} = {}^{5n-14}C_{n-1} \Leftrightarrow {}^{5n-15+1}C_{2n+1} = {}^{5n-14}C_{n-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow {}^{5n-14}C_{2n+1} = {}^{5n-14}C_{n-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2n + 1 = n - 1 \vee 2n + 1 = 5n - 14 - n + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = -2 \vee n = 7$$