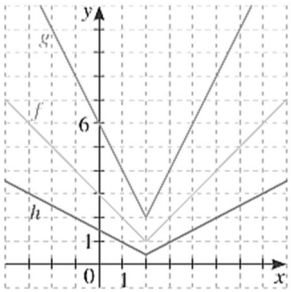
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Contrações/dilatações de gráficos de funções

1. Considere as funções f, g e h representadas parcialmente na figura ao lado. Sabe-se que $g(x) = af(x)$ com $a \in \mathbb{R}$ e $h(x) = \frac{1}{2}f(x)$. Indique:



1.1. $h(2)$;

1.2. O valor de a.

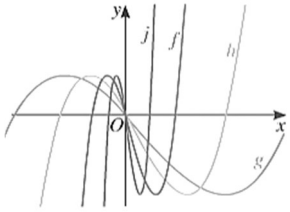
2. De uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabe-se que:

- $D'_f = [-2, 1]$
- $f(2) = -1$

2.1. Indique o contradomínio de g, tal que $g(x) = 4f(x)$.

2.2. Seja h a função definida analiticamente por $h(x) = \frac{f(x)}{3}$. Indique o valor de $h(2)$.

3. Na figura ao lado estão representadas quatro funções, tais que g, h e j são funções do tipo $f(ax)$. Associe a cada uma das funções cada um dos seguintes valores de a: $0{,}5$; $0{,}3$ e 2.



4. Seja f uma função de domínio $[-3, 5]$ e contradomínio $[-2, 3]$.

4.1. Indique uma transformação φ do plano, para a qual a imagem do gráfico cartesiano de f seja o gráfico cartesiano de uma função que tenha:

4.1.1. O mesmo domínio de f e contradomínio $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$;

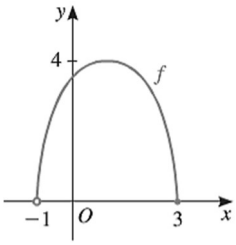
4.1.2. O mesmo contradomínio de f e domínio $[-15, 25]$.

4.2. Indique uma expressão analítica para cada uma das funções obtidas na questão anterior.

5. Na figura está representado, num referencial ortogonal xOy, o gráfico da função real f de domínio $]-1, 3]$. Sabe-se que:

- O contradomínio de f é $[0, 4]$;
- 3 é o único zero de f;
- $f(0) = 2\sqrt{3}$

Represente graficamente a função h, definida por $h(x) = \frac{1}{2}f(x-2) - 1$.



Soluções

1.

1.1. $h(2) = \frac{1}{2}f(2) = \frac{1}{2}$

1.2. $a = 2$

2.

2.1. O gráfico cartesiano de g é a imagem do gráfico de f pela aplicação de uma dilatação vertical de coeficiente 4. Então, o ponto de coordenadas (x, y) pertence ao gráfico de f se, e somente se, o ponto de coordenadas $(x, 4y)$ pertence ao gráfico de g. Portanto, o contradomínio de g é $D'_g = [-2 \times 4; 1 \times 4] = [-8, 4]$

2.2. $h(2) = \frac{f(2)}{3} = -\frac{1}{3}$

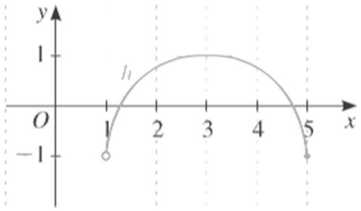
3. $g(x) = f(0{,}3x); h(x) = f(0{,}5x); j(x) = f(2x)$

4.

4.1.

4.1.1. φ é uma contração vertical de coeficiente $\frac{1}{2}$

4.1.2. φ é uma dilatação horizontal de coeficiente 5

4.2. 5.1.1. $\frac{1}{2}f(x)$ 5.1.2. $f\left(\frac{x}{5}\right)$

5.