Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Acontecimentos independentes

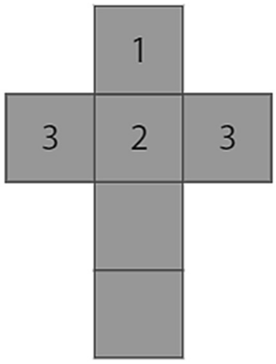
1. Considere um dado cúbico equilibrado em que as faces estão numeradas de 1 a 3.

   Na experiência aleatória que consiste no lançamento deste dado, considere os seguintes acontecimentos:

   A: "Sair número ímpar."

   B: "Sair número superior a 1."

   Coloque os dados em falta na planificação do cubo, representada na figura ao lado, de modo que $P(B|A) = 0{,}5$.



2. Sejam A e B dois acontecimentos independentes de um espaço amostral E finito. Determine $P(A)$ e $P(B)$, sabendo que a probabilidade de A é o dobro da probabilidade de B e a probabilidade de ocorrência de pelo menos um dos acontecimentos, A ou B, é de $\frac{5}{8}$.

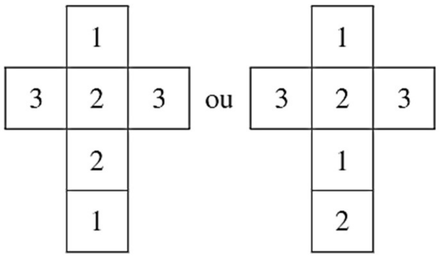
3. Dada uma probabilidade P e dois acontecimentos A e B, prove que, se A e B são independentes, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \times P(\bar{A})$$

Soluções

1.

Se $P(B|A) = 0{,}5$, então, no dado, o número de faces com número ímpar é o dobro do número de faces com número ímpar e superior a 1. Como só existem faces com o número 1, 2 ou 3, concluímos que os números em falta são o 1 e o 2.



2.

A e B são independentes, logo, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Sabe-se que $P(A) = 2P(B)$ e $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{5}{8} = 2P(B) + P(B) - P(A) \times P(B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{5}{8} = 3P(B) - 2P(B) \times P(B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{5}{8} = 3P(B) - 2P(B)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 16P(B)^2 - 24P(B) + 5 = 0$

$P(B) = \frac{24 \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \times 16 \times 5}}{2 \times 16} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(B) = \frac{5}{4} \vee P(B) = \frac{1}{4}$

Como $P(B) \in [0, 1]$, então, $P(B) = \frac{1}{4}$.

Portanto, $P(B) = \frac{1}{4}$ e $P(A) = \frac{1}{2}$.

3.

Como A e B são independentes, então, $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$. Assim:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) =$

$= P(A) + P(B) \times (1 - P(A)) =$

$= P(A) + P(B) \times P(\overline{A})$