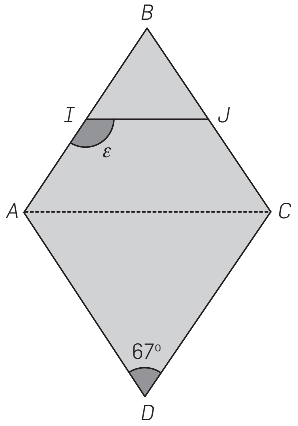
Ex. 26

26.1.



Como $C\hat{D}A = 67^o$, tem-se que $A\hat{B}C = 67^o$ e

$D\hat{A}B = \dfrac{360^o - 67^o - 67^o}{2} = \dfrac{226^o}{2} = 113^o$.

Assim, $C\hat{A}B = \dfrac{113^o}{2} = 56{,}5^o$.

Como $CA//JI$, $J\hat{I}B = C\hat{A}B = 56{,}5^o$.

Então, $\hat{\varepsilon} = 180^o - 56^o = 123{,}5^o$.

26.2. $A_{\text{losango}} = \dfrac{d \times D}{2}$

$A_{\text{losango}} = \dfrac{3 \times 5}{2} =$

$= \dfrac{15}{2} =$

$= 7{,}5$

Logo, $A_{\text{losango}} = 7{,}5 \text{ cm}^2$.

26.3. $A_{\text{trapézio}} = \dfrac{B + b}{2} \times h$

$A_{\text{trapézio}} = \dfrac{3 + 1{,}5}{2} \times 1{,}25 =$

$= \dfrac{4{,}5}{2} \times 1{,}25 =$

$= 2{,}25 \times 1{,}25 =$

$= 2{,}8125$

Logo, $A_{\text{trapézio}} = 2{,}8125 \text{ cm}^2$.

Ex. 27

$A_{[ABCD]} = 9 \times 6 = 54$

$A_{[ABCD]} = 54 \text{ cm}^2$.

$A_{[EFGD]} = 1 \times 9 = 9$

$A_{[EFGD]} = 9 \text{ cm}^2$.

$A_{[HKJI]} = 1 \times 9 = 9$

$A_{[HKJI]} = 9 \text{ cm}^2$.

Então, a área colorida a verde tem 36 cm^2 (54 – 9 – 9 = 36).

Ex. 28

$\hat{\alpha} = 360^o - 79^o - 42^o - 28^o - 139^o - 27^o - 18^o = 27^o$

$\hat{\beta} = 180^o - 79^o - 42^o = 59^o$

$\hat{\varepsilon} = 180^o - 18^o - 27^o = 135^o$

$\hat{\Omega} = 360^o - 59^o - 135^o = 166^o$

Ex. 29

1. $A_{[ACD]} = \dfrac{\overline{AC} \times \overline{ED}}{2}$

$A_{[ACB]} = \dfrac{\overline{AC} \times \overline{EB}}{2}$

2. $A_{[ACD]} + A_{[ACB]} =$

$= \dfrac{\overline{\boldsymbol{AC}} \times \overline{ED}}{2} + \dfrac{\overline{\boldsymbol{AC}} \times \overline{EB}}{2} =$

$= \dfrac{\overline{\boldsymbol{AC}} \times (\overline{ED} + \overline{EB})}{2} =$

$= \dfrac{\overline{\boldsymbol{AC}} \times \overline{\boldsymbol{BD}}}{2}$

Ex. 30

30.1. Como as duas circunferências têm o mesmo raio e $[AE]$ e $[AF]$ são raios de circunferência de centro A e $[BE]$ e $[BF]$ são raios de circunferência de centro B, então $\overline{AE} = \overline{AF} = \overline{BE} = \overline{BF}$.

$[AEBF]$ é um quadrilátero com os quatro lados geometricamente iguais, logo é um losango.

O triângulo $[AEB]$ é equilátero pois $\overline{AE} = \overline{EB}$ (pela alínea anterior) e $\overline{AE} = \overline{AB}$ pois são raios da mesma circunferência.

Ex. 31

Os triângulos $[EDG]$ e $[ECB]$ são geometricamente iguais pelo critério ALA ($G\hat{D}E = E\hat{C}B = 90^o$, por construção; $\overline{ED} = \overline{EC}$ porque E é o ponto médio de $[CD]$; $D\hat{E}G = D\hat{E}B$ porque são ângulos verticalmente opostos). Os triângulos $[EDF]$ e $[ECA]$ são geometricamente iguais pelo critério ALA ($F\hat{D}E = E\hat{C}A = 90^o$, por construção; $\overline{ED} = \overline{EC}$ porque E é o ponto médio de $[CD]$; $D\hat{E}F = D\hat{E}A$ porque são ângulos verticalmente opostos). Então, $\overline{EG} = \overline{EB}$ e $\overline{EF} = \overline{EA}$.

Como $G\hat{E}F$ e $B\hat{E}A$ são verticalmente opostos, então pelo critério LAL os triângulos $[EGF]$ e $[EBA]$ são geometricamente iguais. Logo, os lados correspondentes $[GF]$ e $[BA]$ têm o mesmo comprimento e, portanto, $[GF]$ representa a distância entre as ilhotas.

Ex. 32

Sabe-se que $E\hat{C}I = G\hat{D}J$ ($E\hat{C}I = E\hat{D}J = 45^o$). Da figura, resulta que $I\hat{E}C = 90^o - C\hat{E}J$ e $J\hat{E}D = 90^o - C\hat{E}J$. Como duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si, tem-se $I\hat{E}C = J\hat{E}D$.

Sabe-se ainda que $\overline{EC} = \overline{ED}$ (as diagonais de um quadrado são iguais e bissetam-se). Assim, pelo critério ALA, os triângulos [IEC] e [EJD] são geometricamente iguais e, sendo assim, têm a mesma área, pelo que:

Área do polígono [$IEJC$] =
= Área do polígono [IEC] + Área do polígono [EJC] =
= Área do polígono [JED] + Área do polígono [EJC] =
= Área do polígono [CED] =

$$= \frac{\text{Área do polígono } [ABCD]}{4}$$

Testar – págs. 58 e 59

Ex. 1

1.1. 3; 8; 9 e 12.
1.2. 1; 2; 6; 10 e 11.
1.3. 1; 2 e 11.
1.4. 1 e 2.
1.5. 6.

Ex. 2

2.1. Como $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{CB} = \overline{DE}$ e $B\hat{C}A = E\hat{D}B$, pelo critério LAL os triângulos [ABC] e [BED] são geometricamente iguais pois têm dois lados correspondentes com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais.

2.2. Como os triângulos são geometricamente iguais $D\hat{B}E = C\hat{A}B = 108^o$ e $A\hat{B}C = B\hat{E}D = 27^o$. Assim, $\hat{\varepsilon} = 180^o - 27^o - 108^o = 45^o$.

Ex. 3

Como $\overline{FD} = \overline{DC}$, $F\hat{C}D = 28^o$ pois, num triângulo, a ângulos de igual amplitude opõem-se lados de igual comprimento e vice-versa.

Assim, $\hat{\alpha} = 180^o - 28^o - 28^o = 124^o$ e, consequentemente, $C\hat{D}A = 180^o - 124^o = 56^o$. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360º, tem-se
$\hat{\beta} = 360^o - 110^o - 51^o - 56^o = 143^o$.

Ex. 4

4.1. Os triângulos [ACD] e [BCD] são geometricamente iguais porque têm três lados com o mesmo comprimento (critério LLL de igualdade de triângulos):
– o lado [DC] é comum aos dois triângulos;
– as diagonais [AC] e [BD] têm o mesmo comprimento;
– $\overline{AD} = \overline{BC}$ porque são lados opostos de um paralelogramo.

4.2. Os ângulos ADC e BCD são geometricamente iguais porque, em triângulos iguais, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

4.3. Como dois ângulos consecutivos de um paralelogramos são suplementares, então $A\hat{D}C + B\hat{C}D = 180^o$. Mas, pela alínea anterior, $\angle ADC$ e $\angle BCD$ são geometricamente iguais. Logo, $A\hat{D}C = B\hat{C}D = 90^o$.
Como os ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais, então $A\hat{B}C = A\hat{D}C = 90^o$ e $D\hat{A}B = B\hat{C}D = 90^o$.
Podemos concluir que o paralelogramo é um retângulo, pois tem os quatro ângulos retos.

Ex. 5

[D] Num paralelogramo as diagonais são sempre geometricamente iguais.

Ex. 6

Um paralelogramo com as diagonais iguais é um retângulo, ou seja, os seus ângulos internos são retos. Como as diagonais são perpendiculares, podemos concluir que é um losango, isto é, tem os lados todos iguais. Então, é um paralelogramo com os lados iguais e os ângulos retos, ou seja, é um quadrado.
Por outro lado, como o quadrado é um losango, tem as diagonais perpendiculares. Como também é um retângulo, as diagonais são iguais.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 7

Sim. Como $\overline{AC} = \overline{CE}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$ e $D\hat{C}E = B\hat{C}A$, conclui-se, pelo critério LAL, que os triângulos [ABC] e [CDE] são geometricamente iguais pois têm dois lados correspondentes com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais. Como os triângulos são geometricamente iguais os lados correspondentes têm o mesmo comprimento, pelo que $\overline{AB} = \overline{DE}$.