Unidade 3 – Sequências e regularidades

Praticar – págs. 38 a 43

Ex. 1

1.1. Sequência 1: 28 + 7 = 35; 35 + 7 = 42; 42 + 7 = 49.
Logo, 35, 42, 49
Sequência 2: 2 – 3 = –1; –1 – 3 = –4; –4 – 3 = –7.
Logo, –1, –4, –7
Sequência 3: $\frac{5+1}{9+2}=\frac{6}{11}$; $\frac{6+1}{11+2}=\frac{7}{13}$; $\frac{7+1}{13+2}=\frac{8}{15}$.
Logo, $\frac{6}{11}, \frac{7}{13}, \frac{8}{15}$

1.2. Sequência 1: 700 (múltiplos de 7)
Sequência 2: –286 (cada termo de sequência, exceto o 1.º, resulta de subtração de três unidades do termo imediatamente anterior.
Sequência 3: $\frac{101}{201}$ (no numerador da fração encontram-se os números naturais maiores do que 1; o denominador é constituído pelos números ímpares maiores do que 1).

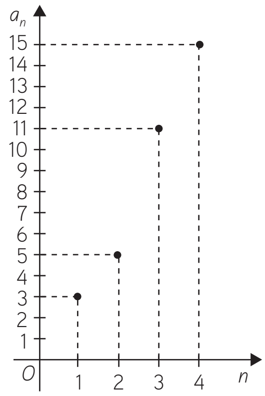
1.3. Sequência 1: $7n$
Sequência 2: $14 - 3n$
Sequência 3: $\frac{n+1}{2n+1}$

Ex. 2

17 – 2 = 15
15 : 3 = 5
Logo, a sequência tem cinco termos.

Ex. 3

3.1. $a_1 = 4 \times 1 - 1 = 3$
$a_2 = 4 \times 2 - 1 = 7$
$a_3 = 4 \times 3 - 1 = 11$
$a_4 = 4 \times 4 - 1 = 15$



3.2. $a_{15} = 4 \times 15 - 1 = 60 - 1 = 59$

3.3. 78 + 1 = 79
79 : 4 = 19,75 e $19{,}75 \notin \mathbb{N}$
Logo, 78 não é termo da sucessão.

Ex. 4

4.1. a_n 1: 9, 12, 15, 18, 21
b_n: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$
c_n: 2, 5, 10, 17, 26

4.2. A expressão $3n + 6$ define que todos os termos desta sucessão são números que têm mais seis unidades que cada múltiplo de 3.
Assim:
- 22 não é termo da sucessão, pois nenhum múltiplo de 3 somado com 6 dá 22.
- 31 não é termo da sucessão, pois nenhum múltiplo de 3 somado com 6 dá 31.
- 144 é termo da sucessão, pois 144 = 3 × 46 + 6 (De facto, se $3n + 6 = 144$, então $3n = 138$ e 138 é múltiplo de 3).
- 186 é termo da sucessão, pois 186 = 3 × 60 + 6 (De facto, se $3n + 6 = 186$, então $3n = 180$ e 180 é múltiplo 3).
- 211 não é termo da sucessão, pois nenhum múltiplo de 3 somado com 6 dá 211.

Ex. 5

5.1. 18 triângulos. À exceção do primeiro e do último triângulos, cada triângulo contribui com 1 unidade de medida para o perímetro da figura (o primeiro e o último triângulos de cada figura contribuem com 2 unidades de medida).

5.2. $2n + 2$

Ex. 6

6.1. a) I. 4
II. 19
b) I. 99
II. –57
c) I. $5n - 1$
II. 23 4n

6.2. 4 + 19, 9 + 15, 14 + 11, 19 + 7, ...
23, 24, 25, 26, ...
$22 + n$
(Logo, $(5n - 1) + (23 - 4n) = 22 + 11$)

Edições ASA • 2013

Ex. 7

7.1.

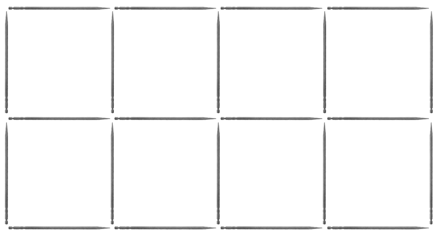


Figura 4

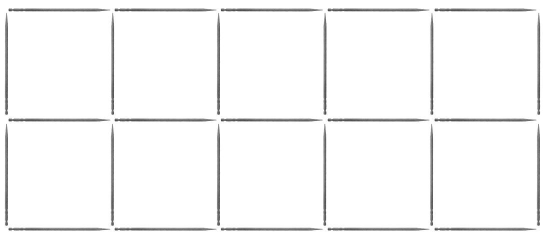


Figura 5

7.2. Cada figura tem mais cinco palitos do que a anterior. Assim, como a figura 1 tem 7 palitos (5 + 2) a 40.ª figura tem 202 palitos ($40 \times 5 + 2$).

7.3. $5n + 2$

7.4. $122 = 5 \times 24 + 2$

(De facto, se $5n + 2 = 122$, então $5n = 120$ e 120 é múltiplo de 5).

Logo, o número da figura é o 24.

7.5. $2n$

7.6. $2 \times 19 = 38$

A área do retângulo que limita a figura 18 é igual a 38 unidades de área.

Ex. 8

8.1.

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de pontos	5	8	11	14	17
Número de segmentos de ligação	5	9	13	17	21

8.2. Para obter o número de pontos de cada figura, exceto a primeira, adiciona-se 2 ao triplo do número da figura.

Para obter o número de segmentos de reta de cada figura, exceto a primeira, adiciona-se 1 ao quádruplo do número da figura.

8.3. a) $a_n = 3n + 2$

b) $a_5 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$

A quinta figura tem 17 pontos.

c) $a_5 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$

A figura 5 tem 17 pontos.

d) $90 - 2 = 88$

$88 : 3 = 29,(3)$ e $29,(3) \notin \mathbb{N}$

Assim, 90 não é termo da sucessão e, portanto, não existe uma figura com 90 pontos.

8.4. $b_n = 4n + 1$

Ex. 9

9.1. $4n + 4$

9.2. n^2

9.3. $4n + 4 + n^2$ ou $(n + 2)^2$

Ex. 10

10.1. Vértices: 9

Faces: 9

Arestas: 16

Logo, $9 + 9 = 16 + 2$

$\Leftrightarrow 18 = 18$

Logo, o modelo respeita a fórmula de Euler.

10.2. Vertices: 11

Faces: 11

Arestas: 20

10.3. a) $n + n + 1 = 2n + 1$

b) $n + n + n + n = 4n$

c) $n + n + 1 = 2n + 1$

10.4. Vértices + Faces = Arestas + 2

Vértices: $2n + 1$

Faces: $2n + 1$

Arestas: $4n$

$(2n + 1) + (2n + 1) = 4n + 2$

$\Leftrightarrow 4n + 2 = 4n + 2$

Logo, a fórmula de Euler verifica-se no modelo de uma torre de n lados.

Ex. 11

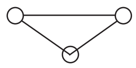
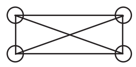
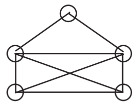
O décimo desenho tem 181 quadrículas pintadas.

Ex. 12

O número de caramelos de cada caixa é dado pela expressão $(n - 1)(m - 1)$, onde n é o número de linhas e m é o número de colunas.

Ex. 13

13.1.

Número de colegas	Esquema	Número de abraços
2		1
3		3
4		6
5		10

13.2. No esquema constituído por quatro colegas, cada colega deu três abraços. No esquema consituído por cinco colegas, cada colega deu quatro abraços.

13.3. 45 abraços. No esquema constituído por 10 colegas, cada colega dá 9 abraços. Como o abraço que o aluno A dá ao aluno B é o mesmo que o aluno B dá ao aluno A, o número de abraços dados por 10 colegas é $\frac{10 \times 9}{2} = 45$.

13.4. $\frac{n(n-1)}{2}$

13.5. $\frac{11 \times 10}{2} = 55$

R.: A Margarida tem 10 colegas (turma com 11 elementos).

Testar – págs. 44 e 45

Ex. 1

1.1. I. 18, 16, 14

II. $\frac{6}{36}, \frac{7}{49}, \frac{8}{64}$

1.2. I. $28 - 2n$

II. $\frac{n+1}{(n+1)^2}$ ou $\frac{1}{n+1}$

Ex. 2

1.º termo: 126

2.º termo: $\frac{126-6}{3} = \frac{120}{3} = 40$

3.º termo: $\frac{40-6}{3} = \frac{34}{3}$

4.º termo: $\frac{\frac{34}{3} - 6}{3} = \frac{16}{9}$

R.: O quarto termo da sequência é $\frac{16}{9}$.

Ex. 3

3.1. [A] $95 - 30 \times 1 = 65$

$95 - 30 \times 2 = 95 - 60 = 35$

$95 - 30 \times 3 = 95 - 90 = 5$

Esta expressão não permite gerar a sequência dada.

[B] $\frac{5 \times 1 + 60}{2 \times 1 - 1} = \frac{5 + 60}{2 - 1} = 65$

$\frac{5 \times 2 + 60}{2 \times 2 - 1} = \frac{10 + 60}{4 - 1} = \frac{70}{3}$

Esta expressão não permite gerar a sequência dada.

[C] $55 - 10 \times 1 = 45$

Esta expressão não permite gerar a sequência dada.

[D] $5 + \frac{60}{1} = 65$

$5 + \frac{60}{2} = 5 + 30 = 35$

$5 + \frac{60}{3} = 5 + 20 = 25$

$5 + \frac{60}{4} = 5 + 15 = 20$

$5 + \frac{60}{5} = 5 + 12 = 17$

$5 + \frac{60}{6} = 5 + 10 = 15$

Assim, esta expressão permite gerar a sequência dada.

3.2. $5 + \frac{60}{10} = 5 + 6 = 11$

R.: A Joana iria obter 11 pontos.

Ex. 4

4.1. Sequência 1:

$n = 1$

$5 \times 1 - 3 = 5 - 3 = 2$

$n = 2$

$5 \times 2 - 3 = 10 - 3 = 7$

$n = 3$

$5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$

$n = 4$

$5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$

$n = 5$

$5 \times 5 - 3 = 25 - 3 = 22$

Os cinco primeiros termos de sequência são 2, 7, 12, 17 e 22.