

Nome do aluno

Nº

Data

/ / 20

Potenciação

1. Determine i^5, i^6, i^7 e i^8 .
2. Determine o valor de $i^{20}, i^{21}, i^{22}, i^{23}, i^{100}$ e i^{101} .
3. Determine os valores reais de p e q de modo que:

$$(p + 3i)(4 + qi) = 15 + 9i$$

4. Calcule na forma $a + bi$, com $a, b \in \mathbb{R}$:

4.1. $(\sqrt{3} - 3i)^2$

4.2. $(4 + 2i)^3$

Soluções

1. $i^5 = i$; $i^6 = -1$; $i^7 = -i$; $i^8 = 1$

2.

$$i^{20} = i^0 = 1 \quad i^{21} = i \quad i^{22} = i^2 = -1$$

$$i^{23} = i^3 = -i \quad i^{100} = i^0 = 1 \quad i^{101} = i$$

3.

$$(p + 3i)(4 + qi) = 15 + 9i \Leftrightarrow 4p - 3q + (12 + pq)i = 15 + 9i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4p - 3q = 15 \\ 12 + pq = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{15 + 3q}{4} \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 12 + \frac{15 + 3q}{4} \times q = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 48 + 15q + 3q^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 3q^2 + 15q + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ q = -1 \vee q = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 3 \vee q = \frac{3}{4} \\ q = -1 \vee q = -4 \end{cases}$$

$$(p = 3 \wedge q = -1) \vee \left(p = \frac{3}{4} \wedge q = -4\right)$$

4.

4.1.

$$(\sqrt{3} - 3i)^2 = 3 - 6\sqrt{3}i + (3i)^2 = 3 - 6\sqrt{3}i - 9 = -6 - 6\sqrt{3}i$$

4.2.

$$\begin{aligned} (4 + 2i)^3 &= {}^3C_0 \times 4^3 \times (2i)^0 + {}^3C_1 \times 4^2 \times (2i)^1 + {}^3C_2 \times 4^1 \times (2i)^2 + {}^3C_3 \times 4^0 \times (2i)^3 = \\ &= 64 + 3 \times 16 \times 2i + 3 \times 4 \times 4i^2 + 8i^3 = \\ &= 64 + 96i - 48 - 8i = 16 + 88i \end{aligned}$$