Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

Limites no infinito

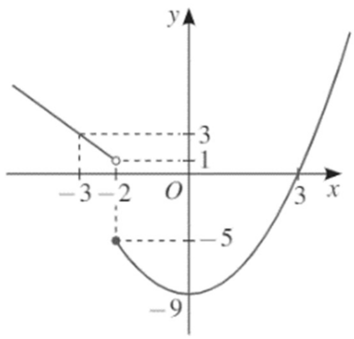
1. Considere a função f definida por:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2}$$

1.1. Determine $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

1.2. Justifique que existe $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2. Na figura está representada parte do gráfico de uma função g de domínio $\mathbb{R}$, cuja restrição a $[-2,+\infty[$ é uma função quadrática.



2.1. De acordo com os dados da figura, indique:

2.1.1. $\lim\limits_{x\to-3} g(x)$

2.1.2. $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2.2. Justifique que não existe $\lim\limits_{x\to-2} g(x)$.

2.3. Dê exemplos de uma sucessão (u_n) tal que:

2.3.1. $\lim g(u_n) = -5$

2.3.2. $\lim g(u_n) = 0$

Soluções

1.

1.1.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x-1}{x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}{x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{x} =$$
$$= \frac{2-0}{+\infty} = 0$$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-1}{x^2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}{x^2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2-\frac{1}{x}}{x} =$$
$$= \frac{2-0}{-\infty} = 0$$

1.2.

$$\lim_{x\to0^-} \frac{2x-1}{x^2} = \frac{0-1}{0^+} = -\infty \text{ e } \lim_{x\to0^+} \frac{2x-1}{x^2} = \frac{0-1}{0^+} = -\infty$$

Como $\lim_{x\to0^-} f(x) = \lim_{x\to0^+} f(x)$, existe limite de $f(x)$ quando x tende para 0.

2.

2.1.

2.1.1. $\lim_{x\to-3} g(x) = 3$

2.1.2. $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

2.2. Como $\lim_{x\to-2^-} g(x) = 1 \neq -5 = \lim_{x\to-2^+} g(x)$, não existe $\lim_{x\to-2} g(x)$

2.3.

2.3.1. Por exemplo, $u_n = -2 + \frac{1}{n}$, pois $\lim u_n = -2$ e $g(-2) = -5$

2.3.2. Por exemplo, $u_n = 3 + \frac{1}{n^2}$, pois $\lim u_n = 3$ e $g(3) = 0$