Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

Composição de funções

1. Considere os conjuntos

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad e \quad B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

e as funções $g: A \to \mathbb{Z}$ e $h: B \to \mathbb{Z}$ tais que:

$$g(x) = -x^2 \quad e \quad h(x) = 1 - x$$

1.1. Determine o domínio da função $g \circ h$.

1.2. Determine:

1.2.1. $g \circ h(0)$

1.2.2. $g \circ h(-1)$

1.2.3. $h \circ h(1)$

1.2.4. $g \circ g(-1)$

2. Considere as funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tais que:

$$f(x) = x^2 + 2 \quad e \quad g(x) = \frac{x-2}{2}$$

2.1. Calcule:

2.1.1. $g \circ f(1)$

2.1.2. $f \circ g(1)$

2.1.3. $g \circ f(-2)$

2.1.4. $f \circ g(0)$

2.1.5. $g \circ g(4)$

2.1.6. $f \circ f(-1)$

2.2. Caracterize as funções $g \circ f$ e $f \circ g$.

3. Considere as funções f e g definidas pelas tabelas:

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	4	6	8

x	0	2	4	6	8
$g(x)$	1	0	1	0	1

3.1. Determine $f \circ g(0)$ e $g \circ f(3)$.

3.2. Indique $D_{f \circ g}$ e $D_{g \circ f}$.

3.3. Construa uma tabela para definir a função $f \circ g$.

3.4. Diga, justificando, se é verdadeira ou falsa a igualdade: $f \circ g = g \circ f$.

Soluções

1.

1.1. $D_{g\circ h} = \{x \in D_h : h(x) \in D_g\} = \{x \in B : h(x) \in A\}$

Tem-se que:

$h(-4) = 5; 5 \notin A;$ $h(-3) = 4; 4 \notin A;$ $h(-2) = 3; 3 \notin A;$ $h(-1) = 2; 2 \in A$

$h(0) = 1; 1 \in A;$ $h(1) = 0; 0 \in A$

Assim, $D_{g\circ h} = \{-1, 0, 1\}$

1.2.

1.2.1. $g \circ h(0) = g[h(0)] = g(1) = -1$

1.2.2. $g \circ h(-1) = g[h(-1)] = g(2) = -4$

1.2.3. $h \circ h(1) = h[h(1)] = h(0) = 1$

1.2.4. $g \circ g(-1) = g[g(-1)] = g(-1) = -1$

2.

2.1.

2.1.1. $g \circ f(1) = g[f(1)] = g(3) = \frac{1}{2}$

2.1.2. $f \circ g(1) = f[g(1)] = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4}$

2.1.3. $g \circ f(-2) = g[f(-2)] = g(6) = 2$

2.1.4. $f \circ g(0) = f[g(0)] = f(-1) = 3$

2.1.5. $g \circ g(4) = g[g(4)] = g(1) = -\frac{1}{2}$

2.1.6. $f \circ f(-1) = f[f(-1)] = f(3) = 11$

2.2. $D_{g\circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

A expressão analítica de $g \circ f(x) = \frac{x^2}{2}$. Assim,

$g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \hookrightarrow \frac{x^2}{2}$

$D_{f\circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} : g(x) \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

A expressão analítica de $f \circ g(x) = \frac{x^2}{4} - x + 3$. Assim,

$f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \hookrightarrow \frac{x^2}{4} - x + 3$

3.

3.1. Como $g(0) = 1$ e $f(1) = 2$, então $f \circ g(0) = 2$

Como $f(3) = 6$ e $g(6) = 0$, então $g \circ f(3) = 0$

3.2. Analisando a tabela de g, observamos que $g(0) = g(4) = g(8) = 1$ pertencem ao domínio de f, o que não acontece com $g(2) = g(6) = 0$. Portanto, 0, 4 e 8 têm imagem no domínio de f. Então o domínio de $f \circ g$ é $D_{f\circ g} = \{0, 4, 8\}$.

Analisando a tabela de f, observamos que $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 6$ e $f(4) = 8$ pertencem ao dom+inio de g. Portanto, 1, 2, 3 e 4 têm imagem no domínio de g. Então o domínio de $g \circ f$ é $D_{g\circ f} = \{1, 2, 3, 4\}$.

3.3.

x	$f \circ g(x)$
0	2
4	2
8	2

3.4. A igualdade é falsa já que, por exemplo, os domínios das funções $f \circ g$ e $g \circ f$ não coincidem.