Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

Limites laterais

1. Considere g a função real de variável real definida por:

$$g(x) = \begin{cases} 5x - 1 & se\ x \geq 0 \\ \dfrac{2}{x} & se\ x < 0 \end{cases}$$

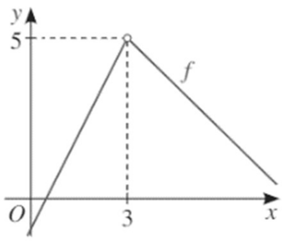
Determine $\lim_{x \to 0^+} g(x)$ e $\lim_{x \to 0} g(x)$ e conclua se existe $\lim_{x \to 0} g(x)$.

2. Considere a função g de domínio $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ definida por $g(x) = \frac{4x}{x-2}$.

Averigue se existe $\lim_{x \to 2} g(x)$.

3. Na figura está representada em referencial cartesiano parte do gráfico da função real de variável real f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & se\ x < 3 \\ 8 - x & se\ x > 3 \end{cases}$$



3.1. Prove que $\lim_{x \to 3} f(x) = 5$.

3.2. Considere agora um número real k e a função g de domínio $\mathbb{R}$ definida por:

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & se\ x \neq 3 \\ k & se\ x = 3 \end{cases}$$

Indique, justificando, o valor de k para o qual existe $\lim_{x \to 3} g(x)$.

Soluções

1.

$$\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} (5x - 1) = 5 \times 0 - 1 = -1$$

$$\lim_{x \to 0^-} g(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{2}{x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

Como $-1 \neq -\infty$, não existe $\lim_{x \to 0} g(x)$.

2.

$$\lim_{x \to 2^-} g(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{4x}{x - 2} = \frac{8}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^+} g(x) = \lim_{x \to 2^+} \frac{4x}{x - 2} = \frac{8}{0^+} = +\infty$$

Como $-\infty \neq +\infty$, não existe $\lim_{x \to 2} g(x)$.

3.

3.1.

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} (2x - 1) = 2 \times 3 - 1 = 5$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} (8 - x) = 8 - 3 = 5$$

Como $\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = 5$, $\lim_{x \to 3} f(x) = 5$.

3.2.

k terá de assumir o valor 5, de modo que:

$$\lim_{x \to 3} g(x) = \lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x)$$