Nome do aluno | Nº | Data / / 20

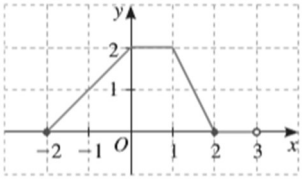
Zeros de uma função

1. Seja f a função de domínio $[0, 10]$ definida por $f(x) = -4(x^2 - 1)$.
   1.1. Indique o conjunto dos zeros de f.
   1.2. Um ponto P do gráfico de f tem ordenada igual a 4. Determine a abcissa do ponto P.

2. Considere a função f definida por $f(x) = x^2 - 4\sqrt[3]{2}$.
   2.1. Determine analiticamente os zeros de f.
   2.2. Justifique que f não é uma função injetiva.

3. Determine, analiticamente, os zeros das funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas por:
   3.1. $f(x) = \frac{x+3}{2}$
   3.2. $g(x) = 2x^2 - 18$
   3.3. $h(x) = 1 - (x + 1)$
   3.4. $i(x) = \frac{1}{3} - \frac{5-x}{2}$

4. Considere a função real de variável real f, de domínio $[-2, 3[$, representada graficamente na figura ao lado, indique:
   4.1. x, tal que $f(x) = 2$.
   4.2. Os zeros de f.



5. Seja f uma função real de variável real, em que $f(x) = 2 + 3x$. Calcule os zeros de:
   5.1. f^{-1}
   5.2. $f \circ f$

Soluções

1.

1.1. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

Como -1 não pertence ao domínio de f, conclui-se que 1 é o único zero desta função.

1.2. $f(x) = 4 \Leftrightarrow x = 0$

2.

2.1. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2\sqrt[6]{2} \vee x = 2\sqrt[6]{2}$

2.2. $f\left(-2\sqrt[6]{2}\right) = f(2\sqrt[6]{2})$, isto é, existem dois objetos distintos que têm a mesma imagem, portanto f não é injetiva.

3.

3.1. Zero: $x = -3$

3.2. Zeros: $x = -3 \vee x = 3$

3.3. Zero: $x = 0$

3.4. Zero: $x = \frac{13}{3}$

4.

4.1. $x \in [0, 1]$

4.2. $f(x) = 0$ para $x \in \{-2\} \cup [2, 3]$

5.

5.1. $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

$f^{-1}(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

5.2. $(f \circ f)(x) = 0 \Leftrightarrow 2 + 3(2 + 3x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{8}{9}$