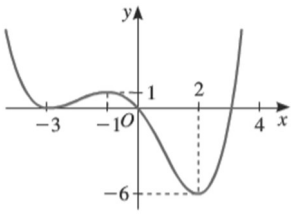
Nome do aluno | Nº | Data / / 20

Extremos relativos e absolutos

1. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $\mathbb{R}$. Sabe-se que f é estritamente decrescente em $]-\infty,-3]$ e estritamente crescente em $[2,+\infty[$.



1.1. Construa o quadro de variação do sinal de f.

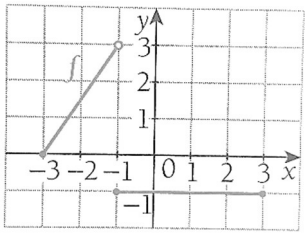
1.2. Indique os extremos absolutos de f, caso existam.

2. Considere a função $g\colon [0,4] \to \mathbb{R}$ definida analiticamente por $g(x) = 3x - 2$.

2.1. Justifique que g é monótona.

2.2. Justifique que g é limitada e indique, caso existam, os extremos absolutos de g.

3. Considere a função f de domínio $[-3,3]$ representada na figura.



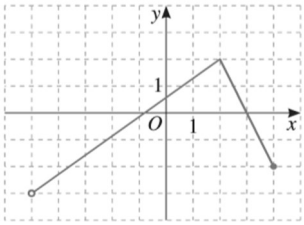
3.1. Construa o quadro de variação e um quadro de sinal da função f.

3.2. Indique o conjunto dos minorantes de f.

3.3. Indique o conjunto dos majorantes de f.

3.4. Indique o valor lógico da proposição $\exists a, b \in D_f\colon a < f(x) < b$.

4. Considere a função f, real de variável real, de domínio $]-5,4]$ e representada graficamente na figura ao lado.



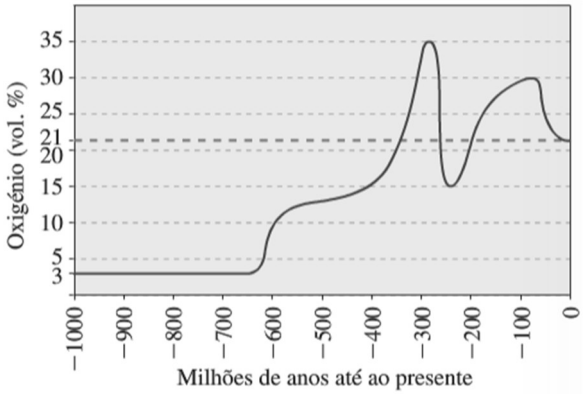
4.1. Indique o contradomínio de f.

4.2. Indique os intervalos de monotonia de f.

4.3. Indique o conjunto dos majorantes e o conjunto dos minorantes de f.

4.4. Justifique que f é limitada e indique, caso existam, os extremos absolutos de f.

5. Considere a função representada na figura, de domínio $[-1000,0]$.



5.1. Indique:

5.1.1. Um intervalo onde a função seja estritamente crescente;

5.1.2. Um majorante e um minorante da função;

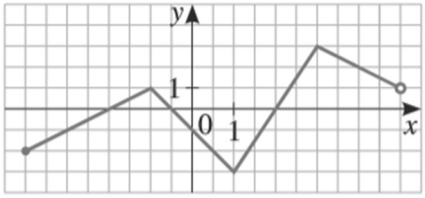
5.1.3. Valores aproximados dos extremos relativos da função.

5.2. Construa um quadro de variação da função.

6. Considere a função real de variável real h de domínio $[-4, 5[$ representada graficamente ao lado. Indique:

6.1. Os intervalos de monotonia de h.

6.2. Os extremos relativos de h.



7. Esboce um gráfico de uma função real de variável real compatível com a informação dos seguintes quadros de variação:

7.1.

x	2		5	$+\infty$
$f(x)$	-1	$\searrow$	-3	$\nearrow$

7.2.

x	$-\infty$	-1		4	$+\infty$
$f(x)$	$\rightarrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$

Soluções

1.

1.1.

x	$-\infty$	-3		-1		2	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗	1	↘	-6	↗

A função é crescente nos intervalos $[-3,-1]$ e $[2,+\infty[$ e é decrescente nos intervalos $]-\infty,-3]$ e $[-1,2]$.

1.2. A função f tem um único extremo absoluto: $f(2)=-6$ é mínimo absoluto de f.

2.

2.1. Como g é uma função afim, então, a função é estritamente crescente, pois o declive da reta é positivo..

2.2. A função g é limitada porque é simultaneamente majorada e minorada.
De facto, sendo crescente, $g(0)=-2\leq g(x)\leq g(4)=10$. Admite mínimo absoluto em $y=-2$ e máximo absoluto em $y=10$ (-2 e 10 pertencem ao $D'_g=[-2,10]$).

3.

3.1. A função f é crescente em $[-3,-1[$ e é constante em $[-1,3]$.

x	-3		-1		3
$f(x)$	0	↗	-1	→	-1

A função f é positiva em $]-3,-1[$ e é negativa em $[-1,3]$.

x	-3		-1		3
$f(x)$	0	$+$	-1	$-$	-1

3.2. Conjunto dos minorantes: $]-\infty,-1]$

3.3. Conjunto dos majorantes: $[3,+\infty[$

3.4. Considera-se, por exemplo, $a=-2\ e\ b=3$. A proposição é verdadeira, pois $-2<f(x)<3$.

4.

4.1. $D'_f=]-3,2]$

4.2. A função é crescente no intervalo $]-5,2]$ e decrescente no intervalo $[2,4]$.

4.3. Majorantes: $[2,+\infty[$; minorantes: $]-\infty,-3]$

4.4. A função f é limitada porque é simultaneamente majorada e minorada: $\forall x\in\,]-4,4],-3\leq f(x)\leq 2$. Admite apenas um máximo absoluto em $y=2$ (não admite mínimo absoluto porque -3 não pertence a D'_f, mas admite minorante)

5.

5.1.

5.1.1. Por exemplo: $[-400,-300]$

5.1.2. Majorante, por exemplo: -300
Minorante, por exemplo: 0

5.1.3. Máximos relativos: $31\ e\ 35$ (aproximadamente)
Mínimos relativos: $3,14\ e\ 22$ (aproximadamente)

5.2.

x	-1000		-640		-300		-235		-80		0
$f(x)$	3	→	3	↗	35	↘	15	↗	30	↘	22

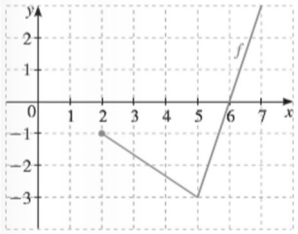
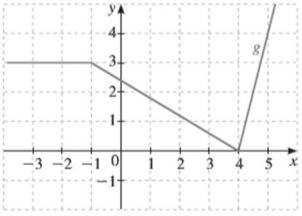
6.

6.1. A função h é crescente nos intervalos $[-4,-1]$ e $[1,3]$; e decrescente nos intervalos $[-1,1]$ e $[3,5[$.

6.2. A função tem dois máximos relativos, 1 e 3, sendo os respetivos maximizantes -1 e 3; e tem dois mínimos relativos, -2 e -3, sendo os respetivos minimizantes -4 e 1. O máximo relativo 3 é o máximo absoluto de h, e o mínimo relativo -3 é o mínimo absoluto de h.

7.

7.1.



7.2.