Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

Limites segundo Heine de funções reais de variável real

1. Indique o conjunto dos pontos aderentes aos seguintes conjuntos:

   1.1. $A = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

   1.2. $B = \{1, 2, 3\}$

   1.3. $\mathbb{Z}\ (conjunto\ dos\ números\ inteiros\ relativos)$

   1.4. $\mathbb{Z}\ (conjunto\ dos\ números\ inteiros\ relativos)$

   1.5. $C = \left\{u_n : u_n = \frac{2n+1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$

   1.6. $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Z}$

2. Considere f, a função real de variável real, definida por:

$$f(x) = -3x^2$$

Utilize a definição de limite de uma função para calcular os seguintes limites:

   2.1. $\lim_{x \to 5} f(x)$

   2.2. $\lim_{x \to 0} \frac{1}{f(x)}$

Soluções

1.

1.1. $\mathbb{R}$

1.2. $\{1, 2, 3\}$

1.3. $\mathbb{Z}$

1.4. Como $2 + \frac{1}{n} \to 2$, tem-se que o conjunto dos pontos aderentes é o conjunto dos termos (u_n) e o ponto 2, ou seja, $C \cup \{2\}$.

1.5. $\mathbb{R}$

2.

2.1.

Seja (x_n) uma sucessão de termos diferentes de 5, convergente para 5.
Então:

$$\lim_{x \to 5} f(x_n) = \lim_{x \to 5}(-3x_n^2) = -3 \times \lim_{x \to 5}(x_n)^2 = -3 \times 5^2 = -75$$

Portanto, como (x_n) pode ser qualquer, tem-se $\lim_{x \to 5} f(x) = -75$.

2.2.

Seja (x_n) uma sucessão de termos diferentes de 0, convergente para 0.
Então:

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{f(x)} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{-3x_n^2} = \frac{1}{-3 \times \lim_{x \to 0}(x_n)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

Portanto, como (x_n) pode ser qualquer, tem-se $\lim_{x \to 0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.