

Nome do aluno

Nº

Data

/ / 20

Corpo dos números complexos

1. Considerando as operações « + » e « × » (adição e multiplicação de números complexos, respetivamente), calcule:

1.1. $(2, -1) + (3, 2)$

1.4. $(1, 0) \times (6, -1)$

1.2. $(3, 2) \times (5, -4)$

1.5. $(1, 1) \times (6, -1)$

1.3. $(3, 7) + (0, 0)$

1.6. $(2, 1) \times ((6, -1) + (1, 3))$

2. Determine os valores reais x e y para os quais os números complexos seguintes são iguais:

2.1. $z_1 = -2x + 3i$ e $z_2 = \frac{3}{2} - 2yi$

2.2. $z_1 = -x + yi$ e $z_2 = 7 - 6i$

3. Complete a seguinte tabela:

z	$Re(z)$	$Im(z)$
$5 - 2i$		
	-3	1
	0	$\frac{1}{2}$
$\frac{i}{3} + 1$		
$\sqrt{5}$		

4. Considere o número complexo

$$z = (x - 2y) + (2x - y)i$$

em que $x, y \in \mathbb{R}$.

Determine os valores de x e y sabendo que:

$$Re(z) = -5 \wedge Im(z) = -4$$

5. Indique os valores de $x \in \mathbb{R}$ de modo que o número complexo

$$x + 2 + (2x - 6)i$$

seja:

5.1. Um número real.

5.2. Um imaginário puro.

6. Calcule:

6.1. $(3 - 5i) + (2 - 7i) - (-4 + 8i)$

6.2. $(-1 - i) \times (-4 + 5i)$

6.3. $(-3 - 2\sqrt{2}i) \times (-3 + 2\sqrt{2}i)$

6.4. $(1 - 3i) - i(2 - 6i) + 2i(-1 + 6i)$

7. Determine o valor real de a para o qual:

7.1. $(3 - 5i) + (-1 + ai)$ é um número real

7.2. $(a - i) \times (a + 3 - 4i)$ é um imaginário puro

Soluções

1.

1.1. $(2, -1) + (3, 2) = (5, 1)$

1.2. $(3, 2) \times (5, -4) = (3 \times 5 + 4 \times 2, 3 \times (-4) + 2 \times 5) = (23, -2)$

1.3. $(3, 7) + (0, 0) = (3, 7)$

1.4. $(1, 0) \times (6, -1) = (1 \times 6 - 0 \times (-1), 1 \times (-1) + 0 \times 6) = (6, -1)$

1.5. $(1, 1) \times (6, -1) = (1 \times 6 - (-1) \times 1, 1 \times (-1) + 1 \times 6) = (7, 5)$

1.6. $(2, 1) \times ((6, -1) + (1, 3)) = (2, 1) \times (7, 2) = (12, 11)$

2.

2.1.

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow -2x + 3i = \frac{3}{2} - 2yi \Leftrightarrow -2x = \frac{3}{2} \wedge 3 = -2y \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4} \wedge y = -\frac{3}{2}$$

2.2.

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow -x + yi = 7 - 6i \Leftrightarrow -x = 7 \wedge y = -6 \Leftrightarrow x = -7 \wedge y = -6$$

3.

z	$Re(z)$	$Im(z)$
$5 - 2i$	5	-2
$-3 + i$	-3	1
$\frac{i}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
$\frac{i}{3} + 1$	1	$\frac{1}{3}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	0

4.

$$z = (x - 2y) + (2x - y)i$$

$$Re(z) = -5 \Leftrightarrow x - 2y = -5$$

$$Im(z) = -4 \Leftrightarrow 2x - y = -4$$

$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 2x - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 5 \\ 2(2y - 5) - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

5.

5.1. $2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

5.2. $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

6.

6.1. $(3 - 5i) + (2 - 7i) - (-4 + 8i) = 3 - 5i + 2 - 7i + 4 - 8i = 9 - 20i$

6.2. $(-1 - i) \times (-4 + 5i) = 4 + 5 + (-5 + 4)i = 9 - i$

6.3. $(-3 - 2\sqrt{2}i) \times (-3 + 2\sqrt{2}i) = (-3)^2 - (2\sqrt{2}i)^2 = 9 - 4 \times 2 \times i^2 = 9 + 8 = 17$

6.4. $(1 - 3i) - i(2 - 6i) + 2i(-1 + 6i) = 1 - 3i - 2i + 6i^2 - 2i + 12i^2 = -17 - 7i$

7.

7.1.

$$z = (3 - 5i) + (-1 + ai) = 3 - 5i - 1 + ai = 2 + (a - 5)i$$

$$Im(z) = 0 \Leftrightarrow a - 5 = 0 \Leftrightarrow a = 5$$

7.2.

$$z = (a - i) \times (a + 3 - 4i) = a^2 + 3a - 4ai - ai - 3i + 4i^2 = (a^2 + 3a - 4) - (5a + 3)i$$

$$Re(z) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2} \Leftrightarrow a = -4 \vee a = 1$$