Nome do aluno	Nº	Data
		/ / 20

Teorema de Lagrange

1. Considere a função real de variável real definida por:

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 3$$

1.1. Determine a abcissa, x_v, do vértice da parábola que representa graficamente a função f.

1.2. Mostre que $f'(x_v) = 0$.

2. Justifique que a função real de variável real definida por:

$$f(x) = x^2 + x$$

não admite extremos relativos.

3. Sobre uma função f, rela de variável real, diferenciável em $]-1, 3[$, sabe-se que $f(0) = 2$ e $f(2) = 2$.

Utilize o teorema de Lagrange para justificar que a função f', derivada de f, tem, pelo menos, um zero pertencente ao intervalo $]0, 2[$.

4. Seja g uma função diferenciável em $[2, 5]$.

Sabe-se que a reta de equação $y = 2x + 3$ interseta o gráfico de g nos pontos $A(2, 7)$ e $B(5, g(5))$.

4.1. Determine $g(5)$.

4.2. Justifique que:

4.2.1. g é contínua em $[2, 5]$.

4.2.2. A equação $g'(x) = 2$ é possível em $]2, 5[$.

Soluções

1.

1.1.

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2 \times 2} = 2$$

1.2.

Tem-se que $f'(x) = 4x - 8$; logo, $f'(x_V) = f'(2) = 4 \times 2 - 8 = 0$.

2.

Se l tivesse um extremo relativo em x_0 , então, $l'(x_0) = 0$.

Ora, $l'(x) = 5x^4 + 1$ nunca se anula; logo, l não admite extremos.

3.

Como f é diferenciável em $]-1, 3[$, é contínua em $[0, 2]$ e diferenciável em $]0, 2[$. Então, pelo teorema de Lagrange, existe $c \in]-1, 3[$:

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} \Leftrightarrow f'(c) = 0$$

Portanto, f' admite pelo menos um zero em $]0, 2[$.

4.

4.1.

Como o ponto $B(5, g(5))$ pertence à reta, tem-se $g(5) = 2 \times 5 + 3 = 13$.

4.2.

4.2.1.

Como g é uma função diferenciável em $[2, 5]$, é contínua em $[2, 5]$.

4.2.2.

Como g é diferenciável e contínua em $[2, 5]$, pelo teorema de Lagrange, existe $c \in]2, 5[$, tal que:

$$g'(c) = \frac{g(5) - g(2)}{5 - 2} \Leftrightarrow g'(c) = \frac{13 - 7}{5 - 2} \Leftrightarrow g'(c) = 2$$

Logo, a equação $g'(x) = 2$ é possível em $]2, 5[$.