

Nome do aluno

N.º

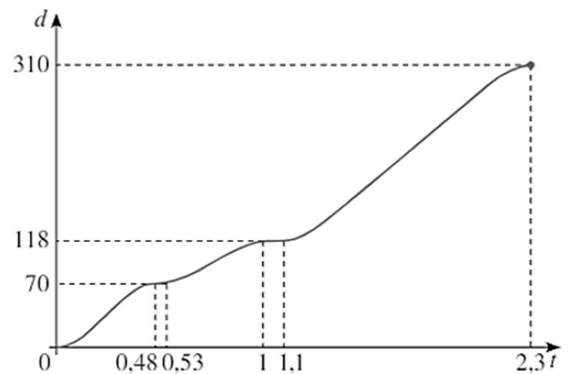
Data

/ / 20

Taxa média de variação

1. Um comboio sai do Porto (Estação de Campanhã) em direção a Lisboa (Estação do Oriente) e efetua apenas duas paragens, uma em Aveiro e outra em Coimbra B.

O gráfico ao lado descreve a distância percorrida, d , em quilómetros, em função do tempo, t , em horas. A distância é medida em relação ao ponto de partida e o início da viagem corresponde ao instante inicial.



- 1.1. Qual foi a velocidade média da viagem?
- 1.2. Determine a distância, pela linha de caminho de ferro, entre Aveiro e Coimbra B.
- 1.3. Qual é o significado de $d(2,3) - d(1,1)$? E de $\frac{d(2,3) - d(1,1)}{2,3 - 1,1}$?
- 1.4. Determine a velocidade média entre Porto e Aveiro, Aveiro e Coimbra B, e Coimbra B e Lisboa.

2. Uma pequena esfera é lançada do cimo de um plano inclinado. A tabela ao lado indica algumas distâncias percorridas pela esfera, em centímetros, nos primeiros 4 segundos, em função do tempo, em segundos:

t (s)	d (cm)
0	0
1	20
2	80
3	180
4	320

- 2.1. Qual é a distância percorrida pela esfera ao fim de dois segundos?
- 2.2. Determine a distância percorrida pela esfera durante o 4.º segundo (entre o 3.º e o 4.º segundos).
- 2.3. A velocidade média da esfera foi maior no 1.º segundo ou no 3.º?

3. Calcule a taxa média de variação, no intervalo $[-1, 3]$, das funções reais de variável real definidas por:

3.1. $f(x) = 3x - 1$

3.2. $f(x) = x^2 - 2x$

3.3. $f(x) = \frac{2}{x+5}$

4. Considere a função g , real de variável real, definida por:

$$g(x) = x^3 - x$$

Sabe-se que os pontos A e B pertencem ao gráfico de g e têm abcissas -2 e 1 , respetivamente.

- 4.1. Determine a equação reduzida da reta AB .
- 4.2. A reta AB intersesta o gráfico de g em mais algum ponto? Justifique.

5. Considere a função f , de domínio $[-3, 2]$, definida por:

$$f(x) = -2x^2 + 1$$

- 5.1. Efetue um esboço do gráfico de f .
- 5.2. Indique um intervalo em que a taxa de variação seja:
 - 5.2.1. Positiva
 - 5.2.2. Negativa.
 - 5.2.3. Nula.

Soluções

1.

1.1.

A viagem demorou 2,3 horas.

Logo, a velocidade média é igual a $\frac{310}{2,3} \approx 135$ km/h.

1.2.

$$118 - 70 = 48 \text{ km}$$

1.3.

$d(2,3) - d(1,1)$ é a distância entre Coimbra B e Lisboa. Assim,

$\frac{d(2,3) - d(1,1)}{2,3 - 1,1}$ é a velocidade média durante esse percurso.

1.4.

Porto e Aveiro: $\frac{d(0,48) - d(0)}{0,48 - 0} = \frac{70}{0,48} \approx 146$ km/h

Aveiro e Coimbra B: $\frac{d(1) - d(0,53)}{1 - 0,53} \approx 102$ km/h

Coimbra B e Lisboa: $\frac{d(2,3) - d(1,1)}{2,3 - 1,1} = 160$ km/h

2.

2.1. 80 cm

2.2. $320 - 180 = 140$ cm

2.3.

Tem-se $\frac{20 - 0}{1 - 0} = 20$ cm/s e $\frac{180 - 80}{3 - 2} = 100$ cm/s .

Logo, a velocidade média foi maior no 3.º segundo.

3.

3.1.

$$\frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{8 + 4}{4} = 3$$

3.2.

$$\frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{3 - 3}{4} = 0$$

3.3.

$$\frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{\frac{2}{8} - \frac{2}{4}}{4} = \frac{-\frac{1}{4}}{4} = -\frac{1}{16}$$

4.

4.1.

Seja m o declive da reta AB .

$$\text{Então, } m = \frac{g(1) - g(-2)}{1 - (-2)} = \frac{0 + 6}{3} = 2 .$$

Logo, a equação da reta AB é do tipo $y = 2x + b$.

Substituindo as coordenadas de B , por exemplo, obtém-se:

$$0 = 2 + b \Leftrightarrow b = -2$$

Portanto, a equação reduzida de AB é $y = 2x - 2$.

4.2.

$$x^3 - x = 2x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$$

Aplicando a regra de Ruffini:

	1	0	-3	2
1		1	1	-2
	1	1	-2	0
-2		-2	2	
	1	-1	0	

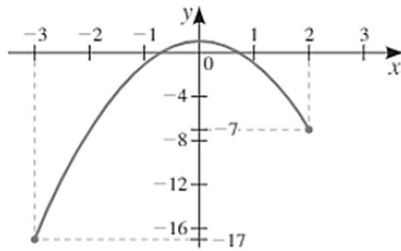
$$x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 2)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2 \vee x = 1$$

Portanto, a reta AB só interseca o gráfico de g nos pontos A e B .

5.

5.1.



5.2.

5.2.1. $[-3, -1]$

5.2.2. $[1, 2]$

5.2.3. $[-2, 2]$