Nome do aluno | Nº | Data / / 20

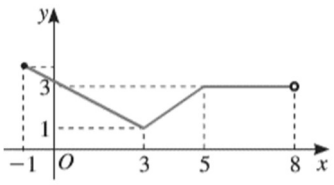
Intervalos de monotonia de funções reais de variável real

1. De uma função afim f, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que $f(2) = -1$ e $f(4) = 2$.

1.1. Justifique que f é estritamente crescente.

1.2. Determine uma expressão analítica de f.

2. Na figura está representado o gráfico de uma função f, real de variável real, de domínio $[-1, 8[$. Indique um intervalo de números reais em que f seja:

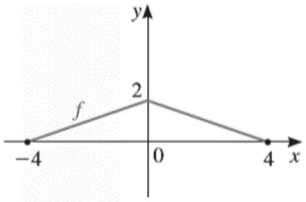


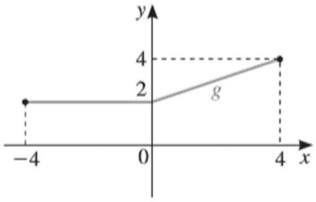
2.1. Estritamente crescente;

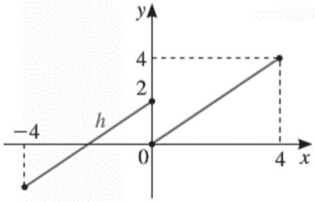
2.2. Estritamente decrescente;

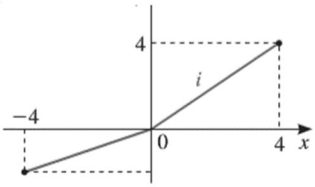
2.3. Constante.

3. Os gráficos seguintes são funções reais de variável real de domínio $[-4, 4]$. Indique, justificando, quais das funções representadas são monótonas.

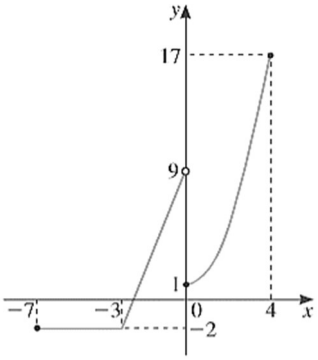








4. Considere a função f, real de variável real, de domínio $[-7, 4]$ e representada graficamente na figura ao lado.



4.1. Justifique que f não é monótona.

4.2. Indique dois intervalos de monotonia de f.

4.3. Indique, justificando o valor lógico das seguintes proposições:

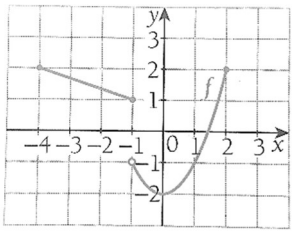
p: f é estritamente crescente em $[-7, 0]$

q: f é crescente em $[-3, 4]$

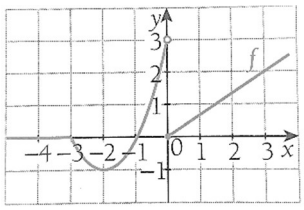
r: $[-7, 0]$ é um intervalo de monotonia de f

5. Considere a função quadrática f, de domínio $\mathbb{R}$, definida analiticamente por uma expressão do tipo $f(x) = ax^2$ e tal que $f(2) = -12$. Determine o valor de a e indique os intervalos de monotonia de f.

6. Considere a função f de domínio $[-4, 2]$ representada na figura ao lado.
Indique os intervalos de monotonia e construa o quadro de variação da função f.



7. No referencial da figura está representada uma função f de domínio $\mathbb{R}$.



7.1. Indique o intervalo de maior amplitude onde a função é decrescente em sentido lato.

7.2. Indique os intervalos de monotonia de f.

7.3. Indique um intervalo onde f é negativa e crescente.

Soluções

1.

1.1. A função afim f é estritamente crescente porque o declive é maior que zero $\left(\frac{3}{2}\right)$.

1.2. $f(x) = \frac{3}{2}x - 4$

2.

2.1. $[3, 5]$

2.2. $[-1, 3]$

2.3. $[5, 8]$

3. Podemos afirmar que a função g é crescente em sentido lato e a função i é estritamente monótona em $[-4, 4]$, pois é estritamente crescente neste intervalo.
As restantes funções não são monótonas, pois:
$-4 < 0 < 4$ e (para f) $f(-4) < f(0)$, $f(0) > f(4)$ e (para h) $h(-4) > h(0)$, $h(0) < h(4)$.

4.

4.1. f não é monótona, pois é crescente em $[-3, 4]$, mas $f(0) > f(1)$

4.2. Por exemplo, $[-2, -1]$ e $[2, 3]$

4.3. A proposição p é falsa, pois a função é constante em $[-7, -3]$.
A proposição q é falsa, pois $f(0) > f(1)$, logo, não pode ser crescente no intervalo considerado.
A proposição r é falsa, pois a função é crescente em sentido lato no intervalo considerado.

5. $a = -3$. Como $a < 0$, então f é estritamente decrescente em $[0, +\infty[$ e estritamente crescente em $]-\infty, 0]$.

6. A função f é crescente em $[0, 2]$ e é decrescente em $[-4, 0]$.
Quadro de variação:

x	-4		0		2
$f(x)$	2	↘	-2	↗	2

7.

7.1. O intervalo de maior amplitude onde a função f é decrescente, em sentido lato, é o intervalo $]-\infty, -2]$.

7.2. A função f é constante em $]-\infty, -3]$, é decrescente em $[-3, -2]$ e é crescente em $[-2, 0[$ e em $[0, +\infty[$.
Quadro de variação:

x	$-\infty$	-3		-2		0	$+\infty$
$f(x)$	→	0	↘	-1	↗	0	↗

7.3. A função f é negativa e crescente no intervalo $[-2, -1[$.